

MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS Y DE CONTROL



Universidad Nacional de Educación a Distancia Universidad Complutense de Madrid

## WATERHAMMER\_MOC: UNA LIBRERÍA EN MODELICA PARA EL MODELADO DEL ANÁLISIS DE TRANSITORIOS EN REDES DE TUBERÍAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

# Estudiante: Ana García Álvarez

Director: Alfonso Urquía Moraleda

Tutor: Ramón Pérez Vara

Curso académico: 2016/2017

Convocatoria de defensa: Septiembre 2017



MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS Y DE CONTROL



Universidad Nacional de Educación a Distancia Universidad Complutense de Madrid

## WATERHAMMER\_MOC: UNA LIBRERÍA EN MODELICA PARA EL MODELADO DEL ANÁLISIS DE TRANSITORIOS EN REDES DE TUBERÍAS MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

Proyecto tipo B: Proyecto específico propuesto por el alumno

Estudiante: Ana García Álvarez

Director: Alfonso Urquía Moraleda

Tutor: Ramón Pérez Vara



## Autorización

Autorizamos a la Universidad Complutense y a la UNED a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a sus autores, tanto la memoria de este Trabajo Fin de Máster, como el código, la documentación y/o el prototipo desarrollado.

Firmado:

Ana Garda Alarca

Firma del alumno

## Resumen del proyecto

Se plantea el desarrollo de una librería programada el lenguaje orientado a objetos (Modelica) para el análisis del transitorio de fluidos a presión en redes hidráulicas, conocido como golpe de ariete, haciendo uso de la solución numérica obtenida por medio del método de las características.

Esta librería permite realizar análisis en transitorios de sistemas donde se deben considerar la elasticidad del fluido y la tubería, como es el caso de redes en las que se cierran válvulas de manera abrupta. En este tipo de problemas, se produce una sobrepresión que puede condicionar la integridad estructural de la red, provocando serios accidentes así como pérdidas económicas en el mantenimiento y reparación. Conocer el pico de presión que puede aparecer en el funcionamiento, permite realizar un diseño conservativo del sistema, así como plantear soluciones para reducir este pico de presión por medio de la instalación de otros dispositivos, o por medio de estrategias de control en la ocurrencia de transitorios por ajuste en el consumo de la red.

El trabajo parte de realizar un estudio del estado del arte y el problema físico objeto de modelado, para a continuación plantear el diseño de una arquitectura para la librería, realizar su modelado matemático y validar su funcionamiento.

Los resultados obtenidos para dos casos de estudio han revelado en uno de ellos, consistente en una red de tres tuberías en serie, que alguna de las hipótesis consideradas en el modelado no son correctas. No habiéndose solucionado la dificultad encontrada, no ha sido posible desarrollar la librería más allá.

Se ha realizado a su vez un estudio de sensibilidad de parámetros sobre el caso que ha aportado resultados correctos, permitiendo así conocer la influencia de los mismos sobre la solución.

Finalmente se plantean diferentes posibilidades de desarrollo de la librería, en base a solucionar las dificultades encontradas en la validación, tal que se pueda modelar por medio de la misma no solo redes más complejas, sino otros transitorios, donde se deban relajar las hipótesis planteadas en el modelado, como corriente fluida unidimensional,

modelo de fricción casi-estacionario y términos convectivos despreciables (velocidad del fluido mucho menor que velocidad de propagación de la onda de presión).

# Palabras clave

Golpe de ariete, Modelica, Método de las Características, redes de tuberías hidráulicas.

# Índice

1.	1. INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y ESTRUCTURA		2	
	1.1.	INTRODUCCIÓN	2	
	1.2.	OBJETIVOS	4	
	1.3.	Estructura	5	
2.	ESTA	DO DEL ARTE	8	
	2.1.	Introducción	8	
	2.2.	BREVE EVOLUCIÓN HISTÓRICA DEL ANÁLISIS DEL FENÓMENO DEL GOLPE DE ARIETE	8	
	2.3.	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA FÍSICO	.14	
	2.4.	SOLUCIÓN NUMÉRICA Y HERRAMIENTAS SOFTWARE	.20	
	2.5.	SOLUCIÓN MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS	.24	
	2.6.	CONDICIONES DE CONTORNO DEL PROBLEMA	.28	
	2.7.	Acerca de Modelica y Dymola	.30	
	2.8.	CONCLUSIONES	.34	
3.	MOD	ELADO: HIPÓTESIS Y DISEÑO	.36	
	3.1.	INTRODUCCIÓN	.36	
	3.2.	Elementos que componen las redes de tuberías. Conector común	.36	
	3.3.	LA TUBERÍA Y SU INTERACCIÓN CON EL ENTORNO	.37	
	3.4.	TUBERÍAS EN SERIE, EN PARALELO, RAMALES DE TUBERÍAS	.43	
	3.5.	EL DEPÓSITO	.44	
	3.6.	LA VÁLVULA	.45	
	3.7.	CONCLUSIONES	.46	
4.	LIBRE	ERÍA WATERHAMMER_MOC	.50	
	4.1.	INTRODUCCIÓN	.50	
	4.2.	ARQUITECTURA DE LA LIBRERÍA	.50	
	4.3.	PAQUETE COMPONENTS	.51	
	4.4.	PAQUETE FUNCTIONS	.56	
	4.5.	PAQUETE EXAMPLES	.57	
	4.6.	Composición de redes mediante el editor gráfico	.58	
	4.7.	Conclusiones	.60	
5. VALIDACIÓN Y RESULTADOS				
	5.1.	INTRODUCCIÓN	.62	
	5.2.	EXAMPLE1	.62	

5.3.	Example2	65		
5.4.	Example3	71		
5.5.	CONCLUSIONES	82		
6. CON	CLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	84		
6.1.	Introducción	84		
6.2.	CONCLUSIONES	84		
6.3.	TRABAJOS FUTUROS	88		
BIBLIOGRAFÍA92				
NOMENCLATURA96				
ANEXO A				

# Lista de figuras

Figura 1-1: Accidente causado por golpe de ariete en una de las turbinas de la estación
hidroeléctrica de Sayano-Shushinskaya en 2009 en Rusia con 75 víctimas mortales
(Wikipedia)2
Figura 1-2: Ensayo de captura del transitorio por obstrucción total de la corriente (GEFA
Processtechnik GmbH. Youtube)
Figura 1-3: Muestra del grid de cálculo para el método de las características (Google
Images) 4
Figura 2-1: Diagrama de fuerzas. Ecuación de conservación de la cantidad de
movimiento (Wylie & Streeter, 1978)17
Figura 2-2: Volumen de control. Ecuación de continuidad. (Wylie & Streeter, 1978) 18
Figura 2-3: Diagrama de clases UML del programa de análisis de transitorio en Java (
(Sirvole, 2007)
Figura 2-4: Líneas características en el plano x-t si V~0 (Wylie & Streeter, 1978) 25
Figura 2-5: Método de los intervalos de tiempo definidos (Wylie & Streeter, 1978) 26
Figura 3-1: Opciones de diseño para el elemento tubería como array de tramos
(estructura regular)
Figura 3-2: Esquema de asignación de ecuaciones en tramo de tubería según Opción B
(estructura regular)
Figura 4-1: Librería waterhammer_MOC: Estructura jerárquica
Figura 4-2: Libería waterhammer_MOC. Elemento pipe 52
Figura 4-3: Librería waterhammer_MOC. Elemento pipe. Parámetros
Figura 4-4: Método de los intervalos de tiempo definidos (Wylie & Streeter, 1978) 54
Figura 4-5: Libería waterhammer_MOC. Elemento tank
Figura 4-6: Librería waterhammer_MOC. Elemento valve. Parámetros
Figura 4-7: Libería waterhammer_MOC. Elemento valve
Figura 4-8: Librería waterhammer_MOC. Elemento tabular_valve. Parámetros 55
Figura 4-9: Libería waterhammer_MOC. Elemento tabular_valve
Figura 4-10: Librería waterhammer_MOC. Funciones wavespeed_adjustment. Inputs 56
Figura 4-11: Librería waterhammer_MOC. Funciones wavespeed_adjustment. Uso 57

Figura 4-12: Librería waterhammer_MOC. Función linearInterpolation. Inputs&Outputs
Figura 4-13: Librería waterhammer_MOC. Paquete examples
Figura 4-14: Librería waterhammer_MOC. Diagrama en el editor gráfico
Figura 4-15: Librería waterhammer_MOC. Edición de parámetros en el editor gráfico 59
Figura 4-16: Librería waterhammer_MOC. Edición en texto de modelo creado con el
editor gráfico 60
Figura 5-1: Example1. Diagrama del sistema62
Figura 5-2: Example1. Evolución temporal de H en la válvula
Figura 5-3: Example1. Evolución temporal de Q en el depósito y ley de cierre de la válvula
Figura 5-4: Example2. Diagrama del sistema66
Figura 5-5: Example2. Evolución temporal de H en los elementos68
Figura 5-6: Example2. Evolución temporal de Q en los elementos
Figura 5-7: Example2. Ley de cierre de la válvula70
Figura 5-8: Example2. Evolución temporal de H en los elementos (Ejemplo 3.4 de (Wylie
& Streeter, 1978))
Figura 5-9: Example2. Evolución temporal de Q en los elementos (Ejemplo 3.4 de (Wylie
& Streeter, 1978))
Figura 5-10: Example3. Evolución temporal de H para distintos N
Figura 5-11: Example3. Evolución temporal de Q para distintos N
Figura 5-12: Example3. Evolución temporal de H para distintos tc
Figura 5-13: Example3. Evolución temporal de Q para distintos tc
Figura 5-14: Example3. Ley de cierre de válvula para distintos tc
Figura 5-15: Example3. Evolución temporal de H para distintos D
Figura 5-16: Example3. Evolución temporal de Q para distintos D
Figura 5-17: Example3. Evolución temporal de H para distintos a
Figura 5-18: Example3. Evolución temporal de Q para distintos a
Figura 5-19: Example3 (Tabla 2-1). Evolución en un ciclo de H en la válvula
Figura 5-20: Example3 (Tabla 2-1). Evolución en un ciclo de Q en el depósito
Figura 5-21: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de H a lo largo de la tubería (I) 79
Figura 5-22: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de H a lo largo de la tubería (II) 79

Figura 5-23: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de H a lo largo de la tubería (III)...... 80
Figura 5-24: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de Q a lo largo de la tubería (I)....... 81
Figura 5-25: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de Q a lo largo de la tubería (II)....... 82

# Lista de tablas

Tabla 2-1: Secuencia de eventos en un periodo tras cierre de válvula (Wylie & Streeter,
1978) 15
Tabla 2-2: Métodos en la clase principal Pressure Analyzer (Sirvole, 2007) 23
Tabla 3-1: Parámetros de la tubería 40
Tabla 3-2: Variables discretas de la tubería 40
Tabla 3-3: Variables continuas de la tubería 41
Tabla 3-4: Entradas a la función de obtención de n, Aw, para dt dado
Tabla 5-1: Ejemplo1. Parámetros de la tubería63
Tabla 5-2: Example2. Parámetros de las tuberías66
Tabla 5-3: Example2. Número de tramos y ajuste de velocidades de propagación para
intervalo dt=0.1 s constante 67
Tabla 5-4: Ejemplo 2. Ley de cierre de la válvula67
Tabla 5-5: Example2. Obtención del número de tramos y ajuste de la velocidad de
propagación 69
Tabla 5-6: Example 3 (Tabla 2-1). Fases en un ciclo de transitorio para cierre instantáneo
y sin fricción

# 1. Introducción, objetivos y estructura

## 1.1. Introducción

El golpe de ariete es un problema hidráulico que se produce en el régimen transitorio de fluidos en redes de tuberías en las que el líquido circula a presión, tal como redes de distribución de agua o sistemas de distribución de combustible. Este fenómeno puede tener lugar cuando se interrumpe o se inicia de manera abrupta la corriente fluida. Durante este régimen transitorio, se pueden llegar a alcanzar sobrepresiones que lleven al fallo estructural de la red, bien por rotura de la tubería en sí, o de algún elemento de la misma, como puede ser una válvula o una turbomáquina. Al margen de los consecuentes daños económicos y fallos de servicio, esto a su vez puede ser causa de un accidente, tal como se muestra en la Figura 1-1.



Figura 1-1: Accidente causado por golpe de ariete en una de las turbinas de la estación hidroeléctrica de Sayano-Shushinskaya en 2009 en Rusia con 75 víctimas mortales (Wikipedia)

Este tipo de redes hidráulicas se diseñan para operar en un régimen o conjunto discreto de regímenes estacionarios, determinados por distintas condiciones de consumo de las mismas. Mediante el cálculo de las cargas que se generan sobre el sistema en estos puntos de diseño, se obtiene el dimensionado de la red.

Sin embargo, ha de tenerse en cuenta también en el diseño el régimen transitorio que va a realizar el fluido hasta alcanzar un estado de equilibrio estacionario determinado, ya sea el reposo o una condición de velocidad y presión dadas, lo que puede establecer

una condición de carga crítica. Se observa en la Figura 1-2 el cambio abrupto en la corriente fluida al interrumpir totalmente su paso.



Figura 1-2: Ensayo de captura del transitorio por obstrucción total de la corriente (GEFA Processtechnik GmbH. Youtube)

En estos casos, la incorporación en la red de válvulas de alivio u otros elementos pueden reducir los picos de sobrepresión alcanzables. Cabe también modificar el diseño de la red en cuanto a dimensiones o parámetros de control para perseguir unos tiempos de respuesta para el fluido determinados. Finalmente, se puede considerar el aumentar las propiedades mecánicas de la misma para que soporte las cargas críticas de diseño en caso de no ser viable su reducción.

Por todo lo anterior, analizar el fenómeno del golpe de ariete es práctica habitual en ingeniería.

El movimiento transitorio de la corriente fluida en este tipo de redes se considera en una primera aproximación de carácter unidimensional y está gobernado por un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales para el que no se tiene solución general. Existen diferentes metodologías con diverso grado de simplificación para llevar a cabo este análisis, las cuales implican en general hacer uso de una solución numérica para el problema.

En este trabajo se considera la implementación software del método de las características para el análisis del fenómeno del golpe de ariete en redes de tuberías, ya que permite obtener una solución numérica de una manera eficiente. El desarrollo teórico de este método lleva a obtener a partir del sistema de ecuaciones inicial, un conjunto de ecuaciones en diferencias finitas, tal que se calcula la evolución de la solución a lo largo de líneas curvas (denominadas características) en el espacio longitud-

tiempo, teniendo en cuenta a su vez las condiciones de contorno impuestas al sistema, como se observa en la Figura 1-3.



Figura 1-3: Muestra del grid de cálculo para el método de las características (Google Images)

Se plantea en este trabajo hacer uso del lenguaje de modelado Modelica, especialmente diseñado para facilitar el modelado orientado a objetos de sistemas físicos. Este lenguaje permite la reutilización de componentes y modelos agrupados en librerías. Dymola es una herramienta software de desarrollo que soporta los modelos desarrollados en Modelica, que permite entre otros, la construcción de modelos por medio de texto y librerías gráficas, la comprobación de código, traducción a ejecutable y su simulación, incluyendo representación gráfica de los resultados obtenidos y capacidad tanto de animación de la evolución temporal como exportación de datos.

#### 1.2. Objetivos

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de una librería hidráulica en lenguaje orientado a objetos para el análisis por medio del método de las características del régimen transitorio de fluidos a presión en redes de tuberías.

Se realiza una revisión del estado del arte. Se selecciona Modelica como lenguaje de programación y Dymola como herramienta software.

Para conseguir este objetivo final, se ha de plantear en primer lugar el estudio del problema físico objeto de análisis y su desarrollo matemático.

A continuación, y teniendo en cuenta el lenguaje de programación y herramienta software seleccionados, se ha de definir un enfoque de diseño de la librería. En particular, se han de considerar los componentes a modelar, sus conexiones, y la implementación del método de las características por medio de este lenguaje.

Una vez se ha determinado la estructura de la librería, ha de desarrollarse la misma, haciendo uso de una serie de ejemplos obtenidos de referencias bibliográficas, los cuales permitan validar el desarrollo teórico realizado.

Finalmente, ha de depurarse la librería, tal que permita el fácil manejo por parte de un usuario con conocimientos en el problema físico de estudio, por medio del desarrollo a su vez de la parte gráfica de la misma y su adecuada documentación.

### 1.3. Estructura

Este trabajo se compone de seis capítulos.

El capítulo primero es una breve introducción acerca del problema objeto de estudio, los objetivos planteados y la estructura de la memoria.

En el capítulo segundo, denominado Estado del arte, se presentan las bases tomadas de referencia para el desarrollo del trabajo realizado. Se describe brevemente la evolución del estudio del golpe de ariete a lo largo del tiempo, así como las metodologías empleadas para su análisis tanto a nivel comercial como académico. A continuación, se presentan las ecuaciones que gobiernan el problema, identificando las simplificaciones consideradas en el presente trabajo y desarrollando particularmente por medio del método de las características, el modelo matemático que se va a emplear en la construcción de la librería de modelado.

En el tercer capítulo se describe la metodología de trabajo llevada a cabo, identificando y justificando las condiciones de diseño que se han impuesto, así como hipótesis de modelado consideradas.

El cuarto capítulo presenta la librería en su estado final, realizando una descripción de su estructura, contenido, y modo de uso.

En el quinto capítulo se presentan varios ejemplos ilustrativos del uso de la librería, desarrollando los resultados obtenidos.

Finalmente, el sexto capítulo incluye las conclusiones alcanzadas a la finalización del trabajo, así como una serie de líneas de trabajo para desarrollos futuros de la librería.

Se incorpora a este trabajo un anexo:

Anexo A: código html de la librería waterhammer\_MOC.

# 2. Estado del arte

## 2.1. Introducción

En el primer capítulo se ha realizado una descripción somera del fenómeno físico del golpe de ariete. El presente capítulo tiene como objetivo el realizar una descripción más completa de las herramientas y teorías empleadas como base para el desarrollo de la librería de modelado para simulación del transitorio en el movimiento de fluidos en tuberías.

A lo largo de las secciones subsiguientes se presenta brevemente la evolución histórica en el análisis de este fenómeno transitorio, así como las características de distintas herramientas software disponibles en la actualidad, tanto comerciales como desarrolladas en el ámbito académico. A continuación, se desarrolla el modelo físico seleccionado para llevar a cabo el presente trabajo, describiendo de una manera simple el fenómeno objeto de estudio. Se presenta para finalizar la transformación matemática que supone el empleo del método de las características y que se sirve de partida para el diseño del modelo de simulación a desarrollar.

# 2.2. Breve evolución histórica del análisis del fenómeno del golpe de ariete

La estructura principal de esta sección se apoya en la elaboración de un resumen del contenido desarrollado en (Guidaoui, Zhao, McInnis, & Axworthy, 2005), el cual se complementa con otras referencias sobre aspectos particulares. Dicho documento, bajo el título *"A Review of Water Hammer Theory and Practice"*, cita a su vez más de 100 referencias, suponiendo una fuente de información exhaustiva en cuanto al estado del arte en torno al fenómeno físico del golpe de ariete.

El fenómeno del golpe de ariete ha estado presente desde antiguo en el diseño y construcción de redes de canalización y distribución de agua, y más recientemente en la historia, está también asociado al uso de centrales hidroeléctricas, sistemas de regadío,

sistemas de inyección de combustibles en vehículos o canalizaciones de transporte de fluidos a largas distancias.

Desde mediados del siglo XIX, se llevan a cabo estudios con el objetivo de conocer en detalle el fenómeno físico en cuestión. Es desde este conocimiento que se puede realizar un mejor diseño de aquellos sistemas que experimentan este fenómeno transitorio. (Wood, 1970) describe una evolución histórica remontándose al siglo XVII.

El estudio del fenómeno del golpe de ariete se ha llevado a cabo a lo largo de los años, atendiendo a un grado de simplificación conveniente en cuanto a las herramientas disponibles, así como a los problemas físicos objeto de estudio, los cuales han justificado las distintas hipótesis planteadas en cada caso. Esto se refleja en la bibliografía, donde tanto en (Chaudry, 1979) como en (Wylie & Streeter, 1978) se dedican capítulos específicos a distintos casos, como el análisis de transitorio provocado por bombas centrífugas, por turbinas, en centrales hidroeléctricas, centrales nucleares, tuberías de combustible o canales abiertos.

Si bien se reconoce a Menabrea (1858) y Michaud (1878) los primeros trabajos en este campo, Joukowsky (1883) desarrolló la que se conoce como ecuación fundamental del golpe de ariete, y que refleja de una manera intuitiva el fenómeno objeto de estudio (Ecuación (2-1)).

$$\Delta p = \pm \rho a \Delta v$$
 , o de manera equivalente  $\Delta H = \pm \frac{a \Delta v}{g}$  (2-1)

Donde p es la presión y H es la altura piezométrica, definida como:

$$H = \frac{p}{\rho g} + Z \tag{2-2}$$

ρ la densidad, g la aceleración de la gravedad, Z la elevación del eje de la tubería respecto a una referencia, a la velocidad de desplazamiento de la onda de presión, v la velocidad media en una sección perpendicular al desplazamiento de la corriente.

La ecuación de Joukowsky es aplicable a ondas de golpe de ariete cuando no existe onda reflejada. El signo positivo corresponde a ondas de golpe de ariete que se mueven en el sentido positivo definido para la velocidad del fluido, y el negativo corresponde a ondas de golpe de ariete que se mueven en sentido contrario al definido como positivo para la velocidad del fluido. Se observa que el salto de presión es directamente proporcional al salto o cambio en la velocidad del fluido.

En la ecuación de Joukowsky aparece la velocidad de desplazamiento de las ondas de presión. La obtención de dicha velocidad se hace aplicando la conservación de masa, y junto con la ecuación de Joukowsky, permite llegar a la Ecuación (2-3), que relaciona la velocidad de desplazamiento de la onda de presión con características del problema, se observa cómo esta depende tanto la compresibilidad del fluido, la cual se relaciona con el primer término a través de la ecuación de estado, como la flexibilidad de la tubería, la cual se relaciona con el segundo término por medio de la teoría de elasticidad de los medios continuos (a través del radio de la tubería, el espesor, el módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson).

$$\frac{1}{a^2} = \frac{d\rho}{dP} + \frac{\rho}{A}\frac{dA}{dP}$$
(2-3)

Se trata en este caso de una formulación básica. (Kochupillai, Ganesan, & Padmanabhan, 2005) realiza un estudio de acoplamiento del análisis del golpe de ariete con un modelo de elementos finitos estructural, considerando la tubería como una viga, y haciendo una reducción del modelo en base a los modos de vibración, solución empleada en el análisis estructural.

Ha de tenerse en cuenta, que en función de las presiones que se alcancen en el fluido, pueden darse casos de separación de la columna líquida o cavitación. Puede incluirse un modelo del fluido que tenga en cuenta estos aspectos. (Lema, López Peña, Buchlin, Rambaud, & Steelant, 2016) muestra a través de captura de imágenes a alta velocidad, la visualización de la corriente en el caso del llenado de un sistema en vacío, el cual reproduce las condiciones que se dan en los sistemas de propulsión de satélites. Se pueden observar los fenómenos de cavitación (cambio de fase) y desplazamiento como columna líquida, gracias a las propiedades conocidas del líquido empleado.

La contribución de Allievi (1902, 1913) es también relevante. Como combinación de estos trabajos, y otros posteriores, se ha alcanzado una formulación bastante estandarizada para el análisis del problema unidimensional del golpe de ariete (Ecuaciones (2-4)(2-5)), a partir de las ecuaciones de conservación de masa y momento,

donde en este caso se desprecia la contribución de la fricción, y que se desarrollarán en la Sección 2.3 incluyendo este y otros términos.

$$\frac{g}{a^2}\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$
<sup>(2-4)</sup>

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \tag{2-5}$$

En esta formulación clásica, se suelen despreciar los términos convectivos, por ser la velocidad del fluido uno u dos órdenes de magnitud menor a la del desplazamiento de la onda de presión, así como se simplifica el tratamiento de los términos viscosos y se desprecian pérdidas en el sistema, por suponer no significativas en el cómputo de energía total del sistema. Esto se justifica teniendo en cuenta el tipo de problemas objeto de análisis, donde las contribuciones mencionadas no son significativas.

En aquellos casos donde se deban considerar términos asociados a la fricción, por ser esta alta, por tratarse de tuberías largas o por perseguir una solución con validez más allá del primer ciclo de onda, se consideran habitualmente distintas simplificaciones. Haciendo uso de fórmulas para la fricción como la de Darcy-Weisbach (Ecuación (2-6)), se asume un modelo para la fricción que es casi-estacionario, es decir, se considera el transitorio como una sucesión de estados de equilibrio a efectos del cálculo de la fricción.

$$\tau_c(t) = \frac{\rho f(t) |V(t)| V(t)}{8}$$
(2-6)

Con  $\tau_c$  esfuerzo cortante en la pared, f factor de fricción.

Esta aproximación es correcta en casos de evolución lenta, pero puede llevar a errores importantes, los cuales se intentan corregir incorporando un término no estacionario a la formulación, y que tengan en cuenta la inversión de la corriente o la existencia de gradientes importantes próximos a la pared. Existen en la literatura modelos de fricción basados en estudios empíricos, así como modelos teóricos. Normalmente, se trata este fenómeno de manera aislada. (Ferràs, Manso, Schleiss, & Covas, 2016) presenta estudios experimentales considerando distintos mecanismos disipativos, en particular: interacción fluido-estructura (tubería recta o en espiral, con apoyo o al aire), fricción no estacionaria y viscoelasticidad del material (tuberías de cobre y polietileno), con el

#### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica

objetivo de desarrollar, calibrar y validar modelos numéricos. Concluye que no es posible aislar la contribución del término de fricción no estacionario al amortiguamiento en amplitud, forma de la onda y dispersión. (Szymkiewicz & Mitosek, 2007) realiza un análisis desde el punto de vista matemático y numérico, de porqué los distintos modelos de fricción no estacionaria propuestos por diversos autores no son concluyentes, y presentan frecuentemente discrepancias. Justifica que la introducción de un término no estacionario para la fricción no modifica el carácter hiperbólico de las ecuaciones, ya que no aporta un término disipativo, con lo cual no puede llevar a amortiguar la propagación de la onda (como sí sucede en las ecuaciones parabólicas). Sí puede este término de fricción contribuir a la reducción en amplitud, pero no al suavizado de la curva, lo cual tal vez deba considerarse en su opinión por medio de otro término, como puede ser el del comportamiento reológico del material de la tubería. Concluye que la obtención de resultados satisfactorios en ciertos casos al incluir un modelo de fricción no estacionario, se debe a que con un adecuado ajuste de los parámetros que caracterizan la disipación numérica de los modelos, se pueden acercar los resultados a la realidad.

En la actualidad, se está considerando el estudio de modelos físicos bidimensionales, incluyendo modelos de régimen turbulento para el fluido, que añaden complejidad al estudio del golpe de ariete, y para los cuales todavía no existe una teoría demostrada válida de representación de la realidad. (Shamloo & Mousavifard, 2015) realiza una simulación numérica bidimensional para estudio del régimen turbulento en una tubería polimérica. Justifica el interés en los modelos bidimensionales para entender los resultados que aportan los modelos unidimensionales, y a su vez describir de mejor manera los fenómenos de transporte. Describe los modelos del golpe de ariete típicos empleados en el análisis bidimensional de régimen turbulento: el primero cuasibidimensional, implementando el método de las características en sentido longitudinal y un modelo en diferencias finitas en sentido radial, el segundo considera un modelo en diferencias finitas (con esquema explícito para la ecuación de continuidad, implícito para la ecuación de conservación de momento y semi-implícito en el modelo de esfuerzo cortante); el tercero es un modelo implícito modificado del método de las características). Como modelos turbulentos empleados en la literatura, define: primero,

12

los modelos algebraicos basados en evoluciones cuasi-estacionarias; segundo, modelos k- $\epsilon$ , tercero, modelos k- $\omega$ , y finalmente, modelos RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Concluye que en las fases de aceleración aparece una onda de propagación de esfuerzo constante próxima a la pared, la cual se propaga al centro de la tubería en las zonas de deceleración. Asimismo, nuevamente, destaca la importancia de la viscoelasticidad del material de la tubería.

Desde un punto experimental, y tal como se ha referenciado previamente, se plantea el uso de distintas herramientas empleadas en otros campos de la física, como la identificación de sistemas mediante diversas metodologías (algoritmos genéticos, respuesta en frecuencia, transformada Wavelet) a partir de la obtención de datos en su funcionamiento por medio de transductores de presión o caudalímetros, entre otros.

Es relevante que en la actualidad se utilizan modelos de golpe de ariete operando en tiempo real para la detección de pérdidas en las redes y la identificación de casos de corriente inversa, debido a su asociación con la contaminación del fluido por intrusión de otras partículas ajenas al mismo.

Finalmente, cabe mencionar que, como resultado del análisis del golpe de ariete, se plantean modificaciones en diseño de los sistemas, y soluciones de control. (Boulos, Karney, Wood, & Lingireddy, 2005) hace una descripción de las principales variables de diseño, así como establece una lógica de decisión en cuanto al proceso de definición de las especificaciones del sistema. (Triki, 2016) aborda, mediante la formulación desarrollada en (Ramos, Covas, Borga, & Loureiro, 2004) para considerar fenómenos de fricción no estacionaria y comportamiento de la pared de la tubería, el control del golpe de ariete mediante la inserción de una sección polimérica en la tubería, modificando así la velocidad de propagación de la onda de presión (por las distintas propiedades de los materiales) así como retardando la respuesta de la pared debido a su comportamiento viscoelástico (expansiones/contracciones), amortiguando la respuesta, tanto para alta como baja presión. Se trata de una solución alternativa a las tradicionales, que se dividen en dos líneas: una activa, insertando sistemas de protección para la alta presión (como válvulas o depósitos de compensación) y baja presión (válvulas de bypass de succión, válvulas de entrada de aire para evitar la cavitación, tanques hidromecánicos); y una línea pasiva, afectando a la selección de materiales o espesores, la cual está asociada a un mayor coste. Este tipo de soluciones tradicionales, pueden empeorar la respuesta en ciertas condiciones.

Se constata en los diferentes estudios referenciados, que uno de los problemas utilizados habitualmente para la obtención, análisis y validación de resultados, es el caso de una tubería simple, conectada a un depósito en un extremo, y con una válvula en el otro extremo, la cual se cierra siguiendo una ley dada, y que provoca el fenómeno del golpe de ariete.

## 2.3. Descripción del problema físico

Si bien en la Sección 2.2 se han presentado una serie de ecuaciones para ilustrar de manera sencilla las variables involucradas en el fenómeno físico objeto de estudio y cómo están relacionadas, es en esta sección donde se pretende describir con mayor formalidad la obtención de las ecuaciones que se van a emplear en el modelado físico de las redes de tuberías.

Se sigue para este desarrollo el capítulo 2 de (Wylie & Streeter, 1978).

Ha de tenerse en cuenta en la formulación:

p(x,t): presión del fluido en el eje de la tubería

V(x,t): velocidad promediada en la sección de fluido

H(x,t): altura piezométrica

Q(x,t): caudal de descarga

Siendo H,Q las variables dependientes y x,t las variables independientes.

La nomenclatura en las derivadas:

$$p_x = \frac{\partial p}{\partial x}; \ p_t = \frac{\partial p}{\partial t}; \ \dot{p} = \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial x} (derivada total)$$

#### Un ciclo de transitorio en un caso sin fricción

Antes de proceder al desarrollo de las ecuaciones que caracterizan el fenómeno físico, se hace una descripción de lo que sucede durante un ciclo de transitorio en un caso sencillo de una tubería conectada a un depósito, en cuyo extremo se encuentra una válvula que se cierra de forma abrupta en tiempo cero (Tabla 2-1). No se tiene en cuenta

la existencia de fricción, es decir, aplicarían las Ecuaciones (2-4)(2-5), y el movimiento se repetiría cíclicamente en el tiempo. En la práctica, la existencia de fricción y otras pérdidas hacen que el movimiento se vaya amortiguando hasta alcanzar el reposo.

En las imágenes se puede observar para cada tramo, en la parte superior, la altura piezométrica de la onda de presión (±H), la velocidad de propagación (a) y su sentido (hacia o desde el depósito); en la parte inferior, se muestra cual es la condición del fluido antes de la llegada de la onda de presión, y cómo esta varía su velocidad.

Tabla 2-1: Secuencia de eventos en un periodo tras cierre de válvula (Wylie & Streeter, 1978)





#### Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

Para el movimiento de un fluido confinado, analizando una rebanada con área A(x), siendo x una coordenada de distancia en el eje del fluido desde un origen arbitrario y espesor  $\delta x$ , se tiene el siguiente esquema de fuerzas (Figura 2-1), suponiendo un ángulo  $\alpha$  de inclinación:



Figura 2-1: Diagrama de fuerzas. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento (Wylie & Streeter, 1978) Se plantea la ecuación de conservación de cantidad de movimiento:

$$pA - [pA + (pA)_x \delta x] + \left(p + p_x \frac{\delta x}{2}\right) A_x \delta x - \tau_0 D\pi \delta x - \gamma A \delta x \sin \alpha = \rho A \delta x \dot{V} \qquad (2-7)$$
  
El término  $\left(p + p_x \frac{\delta x}{2}\right) A_x \delta x$  representa la componente de presión alrededor de la sección.

El término  $\tau_0 D\pi \delta x$  representa el cortante en la pared, con signo opuesto a la velocidad. Siendo la derivada total:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x}$$
(2-8)

Despreciando términos  $o(\delta x)^2$ , la Ecuación (2-7), simplificando:

$$p_x A + \tau_0 D\pi + \rho g A \sin \alpha + \rho A \dot{V} = 0$$
<sup>(2-9)</sup>

Habiendo tenido en cuenta en la expresión anterior:  $\gamma = 
ho g$ 

Haciendo uso del factor modelo de fricción de Darcy-Weichsbach (Ecuación (2-6)), junto con las Ecuaciones (2-8),(2-9):

$$\frac{p_x}{\rho} + VV_x + V_t + gsin\alpha + \frac{fV}{2D}|V| = 0$$
<sup>(2-10)</sup>

Teniendo en cuenta la definición de altura piezométrica, como elevación de la línea hidráulica por encima de una determinada referencia, y siguiendo la Figura 2-1, se tienen las siguientes relaciones:

$$p = \rho g(H - z); \sin \alpha = \frac{z}{x}; p_x = \rho g(H_x - \sin \alpha)$$
<sup>(2-11)</sup>

Lo cual lleva a la simplificación final:

$$g\frac{\partial H}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV}{2D}|V| = 0$$
<sup>(2-12)</sup>

#### Ecuación de la continuidad

El volumen de control sobre el cual se desarrolla la ecuación de continuidad, o de conservación de masa, es el siguiente (Figura 2-2):



Figura 2-2: Volumen de control. Ecuación de continuidad. (Wylie & Streeter, 1978)

Se considera u la velocidad de la pared, en un caso general. La ecuación de conservación de la masa iguala la variación del flujo en el volumen de control al incremento de masa dentro del mismo:

$$-[\rho A(V-u)]_x \delta x = \frac{D'}{Dt}(\rho A \delta x)$$
<sup>(2-13)</sup>

Siendo el operador derivada total respecto al movimiento axial de la tubería:

$$\frac{D'}{Dt} = u\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}$$
(2-14)

Desarrollando los diferentes términos de la Ecuación (2-13) y simplificando, se identifica la derivada total del término (pA) respecto al movimiento de una partícula de masa:

$$\frac{1}{\rho A}\frac{D}{Dt}(\rho A) + V_x = 0 \tag{2-15}$$

Que con notación del · sobre la variable dependiente, también se puede escribir:

$$\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{\rho}}{\rho} + V_x = 0 \tag{2-16}$$

La Ecuación (2-16) se ha obtenido sin realizar ningún tipo de simplificación con respecto a la tubería, con lo cual es válida para tuberías convergentes o divergentes, cilíndricas, muy flexibles o rígidas.

Por medio de la teoría de elasticidad para el fluido y para el sólido que es la tubería, se obtiene la definición de la velocidad de desplazamiento de la onda de presión, la cual se va a considerar constante:

$$a^{2} = \frac{K/\rho}{1 + \left[\left(\frac{K}{E}\right)\left(\frac{D}{e}\right)\right]c_{1}}$$
(2-17)

Con K: módulo de elasticidad del fluido, E: módulo de Young del material de la tubería, e:espesor de la tubería, y c1 función del tipo de apoyo de la tubería, considerando en este caso de pared delgada:

(a) 
$$c_1 = 1 - \frac{\mu}{2}$$
; (b)  $c_1 = 1 - \mu^2$ ; (c)  $c_1 = 1$  (2-18)

Correspondiendo el caso (a) anclaje único en extremo aguas arriba, (b) empotramiento tal que se restringe el movimiento axial de la tubería, (c) anclaje con juntas de expansión.

Estas expresiones se pueden obtener también para otros tipos de tubería en la Sección 2-3 de (Wylie & Streeter, 1978).

Introduciendo H en la Ecuación (2-16) por medio de la Ecuación (2-2), y asimismo introduciendo la Ecuación (2-17). Considerando  $z_t=0$ ,  $z_x=\sin\alpha$ , se tiene finalmente:

$$VH_x + H_t - V\sin\alpha + \frac{a^2}{g}V_x = 0 \tag{2-19}$$

Donde a través de a se tienen en cuenta las propiedades del fluido y de la tubería, incluido el tipo de apoyo de la tubería, como se ha mencionado previamente.

#### Forma de las ecuaciones para hacer uso del método de las características

Se tienen entonces, a partir de las Ecuaciones (2-12)(2-19), las siguientes formas de las mismas. A partir de estas se desarrollará el método de las características para obtención de una solución numérica en la Sección 2.5:

$$L_1 = gH_x + VV_x + V_t + \frac{fV}{2D}|V| = 0$$
<sup>(2-20)</sup>

$$L_2 = H_t + \frac{a^2}{g}V_x + VH_x - V\sin\alpha = 0$$
(2-21)

## 2.4. Solución numérica y herramientas software

Aún con las simplificaciones presentadas, las ecuaciones que describen el fenómeno del golpe de ariete no tienen solución analítica, por lo que se busca la obtención de una solución numérica mediante diferentes técnicas. (Izquierdo, Pérez, & Iglesias, 2004) identifica el tipo de métodos numéricos más habituales, destacando: método de la onda característica (o wave plan method) implementado por el paquete SURGE, métodos basados en elementos finitos como la implementación de WHAMO y métodos basados en el método de las características, como la implementación ARhIETE.

En (Wood, Lingireddy, Boulos, Karney, & McPherson, 2005) se establece un estudio comparativo entre el método de las características (aproximación euleriana a las ecuaciones físicas del análisis) y el método de la onda característica (aproximación lagrangiana). En el primer caso, la solución es explícita en puntos fijos y a intervalos de tiempo uniformes. El segundo sigue un enfoque basado en eventos, y actualiza la

información del movimiento y transformación de las ondas de presión cuando se produce un cambio, no requiere puntos interiores y proporciona una solución continua en tiempo y espacio. Los resultados son comparables.

El método de las características es la opción más habitual, ya que es preciso, simple, eficiente y de programación sencilla. Este método se desarrollará en la Sección 2.5. Existen otras técnicas en la literatura, como el método de diferencias finitas y volúmenes finitos, que consiguen un algoritmo similar al del método de las características. (Sepehran & Badri Noudeh, 2012) hace uso de un esquema implícito en diferencias finitas con una malla de cálculo no simétrica.

(Afshar & Rohani, 2008) desarrolla una modificación al método de las características, denominada IMOC (implicit MOC), para intentar simplificar la metodología de inclusión de condiciones de contorno en el método, haciendo una aproximación por elemento, independientemente de su posición en la red, ya que tal como se verá más adelante, mediante el enfoque clásico, se condiciona el diseño software en base a dónde se sitúa cada elemento en una red, si en punto intermedio o extremo, y rodeado de qué elementos se encuentra. En (Rohani & Afshar, 2010), se plantea un desarrollo posterior, denominado PIMOC (Point Implicit MOC), donde se reduce la carga computacional al identificar que para cada punto de cálculo dentro del esquema impícito, las ecuaciones están desacopladas entre los distintos puntos o nodos.

Tal como se justifica en (Guidaoui, Zhao, McInnis, & Axworthy, 2005), es habitual hacer uso de esquemas explícitos, ya que los implícitos no son recomendables en los problemas de propagación de ondas, porque no tienen en cuenta la propagación de la información en el frente de onda, dando lugar a representaciones incorrectas del problema en sí. La ventaja de los esquemas implícitos redunda en su estabilidad para intervalos de cálculo grandes, si bien aumentan el tiempo de ejecución y los requisitos de almacenamiento temporal de variables durante el cálculo. Además, se requiere generalmente un intervalo de tiempo pequeño para asegurar la precisión de la solución.

Existen diferentes métodos para evaluar la validez de la solución numérica, más concretamente que ayuden a la cuantificación de la disipación y dispersión de la solución, pero ninguno se considera universalmente válido.

21

#### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica

Hay un número importante de programas software comerciales, los cuales se diferencian principalmente por el tipo de problema para el que se han diseñado, si bien todos permiten resolver un caso general. (Marcinkiewicz, Adamowski, & Lewandowski, 2008) realiza un estudio comparativo basado en evaluación experimental sobre tres herramientas de software que implementan la solución unidimensional clásica (Relap5, Drako<sup>®</sup>, Flowmaster2<sup>™</sup>) y una cuarta herramienta desarrollada incluyendo modelo de fricción no estacionario. Concluye que la aproximación clásica resulta en un cálculo conservativo de las fuerzas que se producen en el transitorio, si bien el estudio se ha realizado para bajos números de Reynolds, debido a las características del experimento diseñado.

Como se ha indicado, la mayoría de ellos hace uso del método de las características. Para permitir imponer condiciones de contorno, incorporan en general diversos dispositivos, como son bombas, depósitos, turbinas, cámaras de aire o distintos tipos de válvulas. La forma de establecer las condiciones de contorno es uno de los aspectos de diseño de software que viene condicionado por este método.

Una solución numérica basada en esquemas implícitos, como se presenta en (Fitzgerald & Van Blaricum, 1998) para el software WHAMO, permite, por plantear las ecuaciones de los elementos que forman las condiciones de contorno de manera implícita, organizar los bloques que componen la herramienta software de una manera lógica y distribuida. Se indica en la referencia que es conveniente elegir bien los intervalos de cálculo para evitar la presencia de soluciones espúreas.

A nivel académico, se describe brevemente el desarrollo presentado en (Sirvole, 2007), por tratarse de un trabajo de características similares al presente:

En este caso, se plantea la programación en Java. Puede resolver problemas consistentes en el cierre instantáneo de válvulas, cierre gradual de válvulas, fallo en el suministro de energía de la bomba y cambios de demanda en las uniones de máximo 4 tuberías. Compara los resultados con el programa en fortran TRANSNET de (Larock, Jeppson, & Watters, 2000) para la red de tuberías, y con una hoja Excel para el caso de la tubería.

22

También desarrolla un modelo independiente 2d en Matlab para analizar cavitación, que se queda fuera del ámbito de este trabajo.

El modelo físico sigue la misma referencia que en este trabajo, mientras que para el modelo de diferencias finitas hace uso de (Larock, Jeppson, & Watters, 2000).



#### Figura 2-3: Diagrama de clases UML del programa de análisis de transitorio en Java ( (Sirvole, 2007)

La programación en Java se basa en el diseño de clases dentro de cada cual se incorporan distintos métodos para acometer cada una de las acciones que se requieren para la ejecución del código. Se muestra en la Figura 2-3 el diagrama de clases del programa. Si bien se tiene un enfoque orientado a objetos, el tipo de relaciones entre clases está predefinido.

Method	Description
doReadMethod()	Reads input data file and updates all the elements of the
	network such as Pipe, Junction, Reservoir and Pumps.
Transient_analysis()	Calculates pressure and velocity heads for each timestep in
	the network
doWriteMethod1()	Writes results to an output text file.
locateMaxMineadsHVal()	Locates maximum and minimum heads for each time step

Tabla 2-2: Métodos en la clase principal Pressure Analyzer (Sirvole, 2007)

La clase principal es la que realiza la inicialización del sistema, así como la gestión del análisis y almacenamiento de variables en el tiempo, tal como se muestra en la Tabla 2-2. Se puede concluir que este programa en Java realiza una distribución del código

más ordenada que en lenguaje procedural, pero con un nivel de abstracción bajo y con un entorno al usuario poco amigable a priori.

## 2.5. Solución mediante el método de las características

Se desarrolla esta Sección a partir de las Ecuaciones (2-20)(2-21) obtenidas en la Sección 2.3, y siguiendo el Capítulo 3 de (Wylie & Streeter, 1978).

Tomando una combinación lineal de estas ecuaciones, haciendo uso de un multiplicador no conocido:

$$L = L_1 + \lambda L_2 = \lambda \left[ H_x \left( V + \frac{g}{\lambda} \right) + H_t \right] + \left[ V_x \left( V + \frac{a^2}{g} \lambda \right) + V_t \right] - \lambda V \sin \alpha + \frac{fV}{2D} |V| = 0$$
(2-22)

Considerando:

$$\frac{dx}{dt} = V + \frac{g}{\lambda} = V + \frac{a^2}{g}\lambda$$
<sup>(2-23)</sup>

Simplificando entre las Ecuaciones (2-22)(2-23) se obtiene la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\lambda \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} - \lambda V \sin\alpha + \frac{fV}{2D} |V| = 0$$
<sup>(2-24)</sup>

Con  $\lambda = \pm \frac{g}{a}$ , de la Ecuación (2-23):

$$\frac{dx}{dt} = V \pm a \tag{2-25}$$

Se tiene entonces el sistema:

$$\frac{g}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} - \frac{g}{a}V\sin\alpha + \frac{fV}{2D}|V| = 0$$
<sup>(2-26)</sup>

$$\frac{dx}{dt} = V + a \tag{2-27}$$

$$-\frac{g}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{g}{a}V\sin\alpha + \frac{fV}{2D}|V| = 0$$
(2-28)

$$\frac{dx}{dt} = V - a \tag{2-29}$$
Con las Ecuaciones (2-27)(2-29) representando líneas curvas en el plano x,t (Figura 2-4). A lo largo de la curva representada por la Ecuación (2-27) es válida la Ecuación (2-26), denominándose la rama C+. En la rama C-, a lo largo de la curva representada por la Ecuación(2-29) es válida la Ecuación (2-28).



Figura 2-4: Líneas características en el plano x-t si V~0 (Wylie & Streeter, 1978)

Al no haber realizado ninguna aproximación matemática, cualquier solución de este sistema será solución del sistema inicial.

Multiplicando las Ecuaciones de (2-26) a (2-29) por dt; introduciendo A (área de la sección transversal) para sustituir la variable velocidad V por la variable Q (caudal), utilizando una aproximación de primer orden en la integración para la variación de Q con x (lo cual es adecuado mientras no domine el término de fricción); en forma de diferencias finitas, dividiendo la tubería en N tramos iguales de longitud  $\Delta x$ , el sistema es el siguiente:

$$H_{P} - H_{R} + \frac{a_{R}}{gA}(Q_{P} - Q_{R}) - \frac{Q_{R}(t_{P} - t_{R})}{A}\sin\alpha + \frac{a_{R}f}{2gDA^{2}}Q_{R}|Q_{R}|(t_{P} - t_{R}) = 0 \qquad (2-30)$$
$$x_{P} - x_{R} = (V_{R} + a_{R})(t_{P} - t_{R}) \qquad (2-31)$$

$$H_P - H_S - \frac{a_S}{gA}(Q_P - Q_S) - \frac{Q_S(t_P - t_S)}{A}\sin\alpha - \frac{a_S f}{2gDA^2}Q_S|Q_S|(t_P - t_S) = 0$$
<sup>(2-32)</sup>

$$x_P - x_S = (V_S - a_S)(t_P - t_S)$$
(2-33)

Siendo las incógnitas: x<sub>P</sub>, t<sub>P</sub>, H<sub>P</sub>, Q<sub>P</sub>.

Para alcanzar una solución numérica se utiliza el método de los intervalos de tiempo definidos, asignado a  $x_P$ ,  $t_P$  valores determinados durante el cálculo, donde para cada incremento de tiempo se entiende que se conoce la solución para cada punto en el instante anterior.



Figura 2-5: Método de los intervalos de tiempo definidos (Wylie & Streeter, 1978)

Considerando que se conocen las condiciones del problema en los puntos A, B, C, tal como se ilustra en la Figura 2-5, interpolando, se tiene el valor de Q y H en los puntos R y S:

$$\frac{x_C - x_R}{x_C - x_A} = \frac{Q_C - Q_R}{Q_C - Q_A}$$
(2-34)

Para la Ecuación (2-31),  $x_P=x_C$ ,  $x_C-x_A=\Delta x$ :

$$Q_{R} = \frac{Q_{C} - \zeta_{R}(Q_{C} - Q_{A})}{1 + \frac{\theta}{A}(Q_{C} - Q_{A})}$$
(2-35)

Siguiendo el procedimiento anterior, se tiene:

$$Q_{S} = \frac{Q_{C} - \zeta_{S}(Q_{C} - Q_{B})}{1 + \frac{\theta}{A}(Q_{C} - Q_{B})}$$
(2-36)

$$H_R = H_C - \left(\frac{Q_R\theta}{A} + \zeta_R\right)(H_C - H_A)$$
<sup>(2-37)</sup>

$$H_S = H_C + \left(\frac{Q_S\theta}{A} - \zeta_S\right)(H_C - H_B)$$
<sup>(2-38)</sup>

Donde los parámetros  $\theta$  (ratio del tamaño de malla),  $\zeta$  (medida de la cantidad de interpolación) representan:

$$\theta = \frac{\Delta t}{\Delta x}; \ \zeta = \theta a \tag{2-39}$$

Estableciendo como limitación para asegurar que se cumple la condición de Courant (lo cual asegura la estabilidad de la solución ( $0 \le \zeta \le 1$ ), impidiendo que las características que unen P, C+, C-, se salgan del segmento AB):

$$\Delta t(V+a) \le \Delta x \tag{2-40}$$

Este sistema de Ecuaciones (2-30)(2-32)(2-35)(2-36)(2-37)(2-38) permite conocer la solución en los puntos interiores de la tubería.

Se hace uso de los parámetros  $C_P$ ,  $C_M$ , finalmente se obtienen así unas ecuaciones reescritas de manera simplificada (sustituyen a las Ecuaciones (2-30)(2-32)):

$$C_P = H_R + Q_R \left(B_R + \frac{\Delta t}{A}\sin\alpha - \frac{a_R f \Delta t}{2gDA^2} |Q_R|\right)$$
<sup>(2-41)</sup>

$$C_M = H_S - Q_S \left(B_S - \frac{\Delta t}{A} \sin \alpha - \frac{a_S f \Delta t}{2g D A^2} \left|Q_S\right|\right)$$
<sup>(2-42)</sup>

$$H_{P_i} = C_P - BQ_{P_i} \tag{2-43}$$

$$H_{P_i} = C_M + BQ_{P_i} \tag{2-44}$$

Con lo cual:

$$H_{P_i} = \frac{C_P + C_M}{2}, \ Q_{P_i} = \frac{C_P - C_M}{2B},$$
 (2-45)

Con el parámetro  $B = \frac{a}{gA}$ .

Se pueden dar varias simplificaciones en este sistema. En primer lugar, cabe descartar el término asociado a la inclinación de la tubería, ya que es muy pequeño y puede despreciarse. En segundo lugar, si la velocidad del fluido en relación a la velocidad de desplazamiento de la onda de presión es muy pequeña (V<<a), se pueden despreciar los términos asociados a la aceleración convectiva (VV<sub>x</sub>, VH<sub>x</sub>), la pendiente de las líneas características se puede aproximar como ±a, y finalmente las ecuaciones de interpolación resultan en una versión más sencilla:

$$Q_R = Q_C - \zeta_R (Q_C - Q_A) \tag{2-46}$$

$$Q_S = Q_C - \zeta_S (Q_C - Q_B) \tag{2-47}$$

$$H_R = H_C - \zeta_R (H_C - H_A) \tag{2-48}$$

$$H_S = H_C - \zeta_S (H_C - H_B) \tag{2-49}$$

### 2.6. Condiciones de contorno del problema

Hasta esta Sección se ha desarrollado la teoría necesaria en este trabajo asociada al tratamiento del golpe de ariete en una tubería. Una red hidráulica cuenta con otros elementos. Además, puede estar compuesta de más de una tubería.

Para hacer uso del método de las características de una manera tradicional, se necesita adaptar las ecuaciones físicas que definen las condiciones de contorno, tal que, en el extremo de la tubería en cuestión, aporten la información que sustituya a aquella que provee la línea característica que sustituye (C+ si es una condición de contorno en el extremo izquierdo y C- si es una condición de contorno en el extremo izquierdo y C- si es una condición de contorno en el extremo de la tubería.

En el texto de referencia para esta Sección se puede encontrar este desarrollo mencionado. No se incluye en este apartado, porque tal como se explicará en el Capítulo 3, se hará uso de las ecuaciones que describen la condición de contorno sin despejar el estado de las variables para resolución directa, tal como se ha hecho para el caso de nodos internos de la tubería.

En este caso, en los extremos de la tubería, se tendrá a la izquierda la ecuación asociada a la característica C-, y en la derecha la ecuación asociada a la característica C+, que se resolverán en cada caso en conjunto con la ecuación física de la condición de contorno que corresponda.

En (Iglesias Rey, Fuertes Miquel, & Izquierdo Sebastián, 2017) se desarrolla una metodología implementada en el software ARhIETE (que implementa el MOC), para permitir el modelar por medio de una solución única, cualquier tipo de condición de contorno, evitando hacer uso de tuberías intermedias de conexión entre elementos (dummies) o especificar los extremos de cada elemento.

Se van a presentar a continuación los elementos que más adelante se considerarán en el desarrollo de la librería hidráulica.

2.Estado del arte

#### Unión de varias tuberías

Cuando se unen tuberías en serie, se asume la unión con referencia de elevación común (H) y por satisfacción de la ecuación de continuidad los caudales deben ser iguales (Q).

Por extensión de lo anterior, si se tiene un sistema de tuberías con un paso común, se asume la unión con referencia de elevación común (H), y para satisfacer la ecuación de continuidad, la suma de caudales en la unión debe ser cero, tal que la cantidad de fluido que entra al paso común deba ser igual al que salga, asumiendo que no hay pérdidas.

El caso de tuberías en paralelo es una particularización del anterior, donde existe un paso común tanto a la entrada como a la salida.

Cuando existen varias tuberías en la red, ha de utilizarse un incremento de tiempo igual para todas, ya que así se asegura la validez del método empleado. Entonces, el número de tramos en que se discretiza la tubería puede no ser un entero para alguna de las tuberías. Por eso, se ajusta la velocidad de desplazamiento de la onda de presión (a) para esta tubería (de longitud L), consiguiendo así un número entero de tramos (N). Esto se debe hacer sin superar un valor máximo de aproximadamente  $\Psi$ =15%:

$$\Delta t = \frac{L}{a(1 \pm \Psi)N} \tag{2-50}$$

### Depósito de nivel constante

En este caso sencillo, la elevación se mantendrá constante: H=cte.

#### Válvula con ley de cierre

Para el caso de que la válvula se sitúe al final de la tubería, y tomando la referencia de elevaciones en ese punto, en el caso de flujo estacionario a través de la válvula totalmente abierta, se tiene:

$$Q_0 = (C_d A_G)_0 \sqrt{2gH_0}$$
<sup>(2-51)</sup>

Siendo C<sub>d</sub> el coeficiente de descarga y A<sub>G</sub> el área de paso de la válvula en posición abierta.

Cuando se tiene otra posición de la válvula, la ecuación que aplica es:

$$Q_P = (C_d A_G) \sqrt{2g\Delta H} \tag{2-52}$$

Con  $\Delta H$  representando la pérdida instantánea de nivel.

En el caso particular de conocer Q<sub>0</sub>, H<sub>0</sub>, (C<sub>d</sub>A<sub>G</sub>)<sub>0</sub>, se tiene la relación:

$$(C_d A_G)_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{2gH_0}}$$
(2-53)

Por medio del parámetro de apertura adimensional  $\tau = \frac{(C_d A_G)}{(C_d A_G)_0}$ , se tiene una relación útil:

$$Q_P = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{\Delta H} \tag{2-54}$$

La ley de apertura puede tenerse en diferentes formas, como puede ser tabular o mediante una ecuación.

En (Provenzano, Baroni, & Agerre, 2011) se presenta una formulación única basada en una función poligonal, para considerar cuatro tipos de válvulas caracterizadas por la ley de cierre (convexa, cóncava, lineal, instantánea), y su relación con la forma de la respuesta en el transitorio (onda cuadrada, triangular o trapezoidal).

#### Turbomáquina

Se requiere la ley que relaciona el caudal y altura piezométrica en función de la velocidad de trabajo (n) de la turbina (extrae energía) o bomba (aporta energía):

$$H = f(n, Q) \tag{2-55}$$

### 2.7. Acerca de Modelica y Dymola

Tal como se desarrolla en el capítulo 7 de (Urquía & Martín), Modelica es un lenguaje de modelado gratuito especialmente diseñado para facilitar el modelado orientado a objetos de sistemas físicos, los cuales se caracterizan por dar lugar a sistemas de ecuaciones algebraico diferenciales (DAE) híbridos, pudiendo incluir discontinuidades, estructura variable y eventos.

Modelica permite realizar una descripción acausal de los modelos, encargándose el entorno de modelado y liberando al usuario de asignar la causalidad computacional (orden en que han de resolverse las ecuaciones y asignación de variable a obtener de cada ecuación), realizar la manipulación simbólica necesaria y ordenar el modelo convenientemente. También permite asignar la causalidad al usuario por medio de algoritmos, los cuales pueden incorporarse a funciones. En este sentido, permite hacer uso de código desarrollado en Fortran y C.

El lenguaje permite la reutilización de componentes o modelos, los cuales se estructuran en librerías. También soporta herencia múltiple, definición de clases parciales o modificación de la clase de pertenencia de un objeto en su declaración.

Modelica, como lenguaje de modelado, necesita de una herramienta software que traduzca el modelo representado, realizando la manipulación simbólica y ordenación requerida para obtener el algoritmo que permita la posterior simulación. Dymola es una de las herramientas software que soportan los modelos desarrollados en lenguaje Modelica.

El editor de Dymola permite la construcción de modelos por medio de texto así como a través de librerías gráficas. El programa cuenta con una serie de librerías disponibles para el desarrollo de modelos, entre las que se encuentra la "Modelica Standard Library".

Una vez construido el modelo, el software permite su comprobación previa a la traducción a código ejecutable. La herramienta de simulación, la cual soporta simulación en tiempo real, dispone de con un conjunto de interfaces para determinar parámetros asociados a la misma, como son el tiempo de simulación, información a reportar o método de integración, entre otros. También soporta la automatización de la simulación. Permite obtener representación gráfica de los resultados obtenidos, incluyendo comparativas entre varias ejecuciones, así como exportación a archivo y animación de la evolución temporal del sistema objeto de análisis.

31

#### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica

En (Casella, Otter, Proelss, Richter, & Tummerscheit, 2006) se describe la librería estándar de Modelica, Fluid, para el modelado del problema térmico-fluido de redes de tuberías tanto en régimen compresible como incompresible, la cual se basa en el método de los volúmenes finitos, considerando la posibilidad de corriente inversa o conexiones diversas, inicialización del modelo del medio, pérdidas de presión y modelo de fricción con la pared. En (Lindblom, 2015) se hace uso de esta librería, comparándola con el método de las características, donde se concluye que es válida para realizar casos sencillos donde no se precise mucha precisión en la respuesta. Exige un número de nodos considerablemente elevado, siendo su principal inconveniente, que no modela la tubería como elástica.

(Belut & Tummescheit, 2011) hace un estudio comparativo del uso del modelo de la línea de transmisión para la simulación rápida (concepto lumped o reducido) frente a la librería fluid. Se considera un modelo explícito dinámico de fricción y una serie de ajustes para análisis en régimen turbulento, mediante linearización alrededor de un punto de equilibrio. Este modelo realiza una transformación al dominio de la frecuencia de las ecuaciones del método de las características, lo cual permite su uso para aplicaciones en tiempo real, diseño de estrategias de control y optimización dinámica. Por medio de la presión estática permite modelar tuberías no horizontales. Está implementado en la HydraulicsLibrary de Modelon.

(Magnúsdóttir & Winkler, 2017) hace uso de la librería HydroPowerLibrary, también de Modelon. Esta librería está desarrollada sobre el Modelica Open Standard, y permite el análisis tanto estático como dinámico. El autor concluye que los resultados son satisfactorios.

Otros trabajos relacionados de manera transversal son (Viel, 2011), donde se plantea el acomplamiento de un código CFD (Computational Fluid Dynamics) para el modelado en detalle de una válvula de alivio, o (Rémond, Gengler, & Chapius, 2015), donde se plantea importar diseños CATIA de manera automática para la definición de sistemas de tuberías, incluyendo simulación 3D gráfica de los resultados.

Se describen brevemente algunos conceptos que se van a considerar para el desarrollo de la librería:

32

### Algoritmo de cálculo en intervalos discretos de tiempo

Las ecuaciones que permiten obtener una solución por medio del método de las características representan un sistema discreto, que se ha de resolver a intervalos de tiempo regulares, para ir alcanzando las distintas soluciones intermedias en la malla espacio-tiempo. Esto se puede realizar por medio de un algoritmo ejecutado cada intervalo de tiempo i\*inteval con i=0,1,2,...(Modelica Association, 2007):

algorithm when sample (start, interval) then ..... end when; <u>Uso de valores pre</u>

En la ejecución de un algoritmo, es posible utilizar el valor de la variable calculado en ese instante de tiempo como el que tenía la variable antes de haberse ejecutado la asignación presente, esto se realiza mediante el operador pre().

### Conector y clases

El diseño de una librería de modelado para simulación se basa en el uso de un conector común entre elementos, que da uniformidad a la librería. Este conector representa un conjunto de variables, cuyos valores entre elementos se van a relacionar de una manera determinada. Variables flow (through) han de sumar cero en la unión entre conectores, y variables across valen lo mismo en el conector.

En el caso de la librería hidráulica, y tal como se ha desarrollado el método de las características, se tienen las variables H (across) y Q (flow).

Una vez se ha seleccionado un conector, se identifican las distintas clases de objetos que conforman la librería. Cada clase contará con un conector para interactuar con el resto de elementos. Además, la clase puede contar con un número de parámetros que permiten caracterizar a cada objeto de la misma, así como con variables que representen la evolución física del objeto a lo largo del tiempo. La relación entre parámetros, variables internas y variables del conector se realiza en el interior de la clase, bien por medio de un bloque de ecuaciones continuas, discretas o mixtas.

Tanto dentro de la clase como en la definición del sistema global se pueden programar eventos que modifiquen el estado del sistema. Puede ser el caso por ejemplo de la inicialización, donde se establezca un valor determinado para ciertas variables.

### Array de elementos (estructura regular)

Tal como se ha presentado el desarrollo del método de las características, en el cual la tubería se divide en N tramos, en cuyos extremos se tienen las variables objeto de cálculo, se plantea la posibilidad de modelar una tubería como un array de elementos, tal como se describe en la Sección 10.6 de (Urquía & Martín).

### **Funciones**

En el diseño de la librería, puede resultar interesante definir funciones, como cuerpos aislados de ecuaciones en forma de asignación (algoritmos) que, por medio de unas entradas, produzcan una salida, la cual va a ser utilizada por el programa.

function functionname input ... output ... protected ...<local variables>... algorithm ...<statements>... end functionname;

### 2.8. Conclusiones

En este capítulo se han presentado los conceptos básicos necesarios para iniciar el desarrollo de la librería de modelado para el análisis del transitorio de fluidos en tuberías. Se ha descrito el estado del arte del problema, y se han planteado las ecuaciones físicas objeto de análisis, incluyendo su tratamiento matemático por medio del método de las características como algoritmo para obtener una solución numérica del sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Finalmente, se ha presentado también el lenguaje de modelado y la herramienta de simulación a emplear, con un mayor detalle que el expuesto en el primer capítulo introductorio acerca de las funcionalidades del mismo.

# 3. Modelado: hipótesis y diseño

## 3.1. Introducción

Una vez se ha planteado el problema objeto de modelado en la Sección 2.3, y se ha presentado el desarrollo matemático del mismo en la Sección 2.5, se cuenta con el conjunto de ecuaciones que permiten alcanzar una solución en las tuberías que componen sistemas de redes.

En el presente capítulo se presentan de una manera descriptiva las hipótesis que se realizan para los distintos elementos que pueden estar presentes en una red y el diseño final que se alcanza para la librería de modelado, en particular, describiendo el conector empleado para la interacción entre elementos y las ecuaciones y algoritmos implementados para cada elemento, justificando este diseño realizado.

# 3.2. Elementos que componen las redes de tuberías. Conector común

La librería de modelado incluye un conjunto de elementos, o clases, a partir de los cuales se pueden diseñar distintos sistemas, sobre los cuales realizar el análisis transitorio. Estos elementos son la tubería, el depósito y la válvula.

Se requiere el diseño de un conector común, tal que dichos elementos se puedan poner en contacto. Para el problema objeto de diseño, se seleccionan las variables H, Q, como variables incorporadas en este conector. Cuando se establece la unión de dos elementos, en dicha conexión se igualan las variables H y el sumatorio de las variables Q se iguala a 0 por definición de las mismas dentro del conector. No se requiere ningún tipo de información adicional.

Una vez se ha identificado este conector y las variables que lo conforman, ha de tenerse en cuenta en el diseño de cada clase, ya que es a través de estas variables cómo cada elemento interactúa con el exterior, recibiendo y compartiendo información. Cada vez que se defina un conector, se puede acceder a las variables del mismo por medio de la notación (.), notación que se va a utilizar en las ecuaciones presentadas en este Capítulo. Por ejemplo, p1.H, p1.Q, siendo p1 un conector del tipo fluid.

Se tiene que dar un sentido al flujo del caudal en los elementos. Se considera la convención de flujo positivo saliendo del elemento.

### 3.3. La tubería y su interacción con el entorno

El elemento principal en el sistema es la tubería. Como se ha indicado en la Sección 2.5, el método de las características supone la división de la tubería en N tramos iguales, en cuyos extremos se tienen las variables nodales H, Q, las cuales van actualizando sus valores a partir de los iniciales (establecidos en el estacionario del que parten y las condiciones de contorno en los extremos), y actualizados cada intervalo de tiempo constante  $\Delta$ t.

Por lo tanto, la tubería cuenta con un conjunto discreto de nodos con sus variables, y aquellas de ambos extremos son las que se corresponden con las de los conectores exteriores de la tubería, quedando los nodos interiores ocultos al sistema global.

Se ha planteado inicialmente modelar la tubería como un array de tramos, siguiendo una metodología de estructura regular tal como se desarrolla en la Sección 10.6 de (Urquía & Martín). Cuando se ha planteado la interactuación con las condiciones de contorno (otros elementos, como depósitos, válvulas, o tuberías), se ha encontrado este modelo incompatible con el objetivo de diseño de la librería, con lo cual se ha planteado una segunda alternativa.



Figura 3-1: Opciones de diseño para el elemento tubería como array de tramos (estructura regular)

En particular, se muestra en la Figura 3-1 un esquema de las opciones consideradas.

Con la opción A, las variables H, Q se tendrían para cada elemento C interior (Ecuaciones despejadas del tipo (2-45)(2-43)), y en los tramos se establecerían las ecuaciones automáticas entre conectores del lenguaje de programación (ver Sección 2.7), pero esto sería inviable al ser distintas las variables de cada elemento C (es decir, no se va a tener H igual a cada extremo del tramo ni la suma de Q va a ser nula, ya que se encuentran en los extremos puntos discretos de cambio de las variables del método de las características). Además, las condiciones de contorno estarían embebidas en uno de estos elementos C en función del elemento a considerar (depósito, válvula, etc), perdiendo sentido físico y obligando a particularizar estos extremos para cada caso.

Con la opción B se tiene un enfoque más interpretable físicamente. En este caso, no se puede hacer uso del algoritmo despejado del método de las características, y es necesario ir un paso atrás (Ecuaciones del tipo (2-30), (2-32)), para resolver el sistema planteando para cada tramo una solución tal como se muestra en la Figura 3-2 (dentro de cada tramo se obtiene información asociada a la característica de pendiente positiva del punto P -procedente del punto i-1 del instante anterior- y de la característica con pendiente negativa para el punto P\* -procedente del punto i del instante anterior-, representando el conector de la derecha a P -en tiempo actual- e i -en tiempo anterior-, y a la izquierda a P\* e i-1). En este caso, el problema lo plantea la definición de algoritmo en Modelica (Modelica Association, 2007), donde se espera que tanto H como Q estén despejadas, y no es posible con este planteamiento.

38



Figura 3-2: Esquema de asignación de ecuaciones en tramo de tubería según Opción B (estructura regular)

Una vez descartada la opción de tratar la tubería como un array de tramos de estructura regular, lo cual habría permitido representar de una manera limpia la metodología implementada, se ha optado por tratar la tubería como elemento de división mínima en la librería, e incorporar dentro de dicho elemento un conjunto de arrays de variables para los nodos que la conforman, donde el seguimiento del diseño es más complicado.

Otra solución de diseño definida en este momento ha sido el descartar hacer un enfoque discreto para el conjunto de elementos que incorporan el sistema, y así aprovechar las características del lenguaje de modelado, que permite tratar con sistemas continuos. Para ello, se ha reservado el análisis discreto para el interior de la tubería, y se ha considerado un análisis continuo de los conectores extremos hacia afuera, realizando un acomplamiento. También se permite de este modo modelar otros elementos con un sistema continuo de ecuaciones y evitar tener que hacer la particularización de la interacción entre extremo de tubería y cualquier otra condición de contorno, lo cual dota de flexibilidad a la librería, conservando el sentido físico de cada elemento.

Esto ha complicado el diseño de la tubería, ya que se lleva de manera paralela un modelo continuo en los nodos exteriores y discreto en el interior de la misma.

La clase tubería se caracteriza por un conjunto de parámetros que la definen (y que figuran en las ecuaciones desarrolladas en el Capítulo 2), estos son: número de tramos, velocidad de propagación de la onda de presión, longitud, diámetro, coeficiente de fricción, intervalo de tiempo, caudal en el estacionario previo. A partir de estos parámetros se obtienen área, longitud del tramo, término asociado a la fricción en la

ecuación, el parámetro B de las ecuaciones, el parámetro de interpolación interna (asociado a que se utilizan en la malla los puntos R,S en lugar de A,B, tal como se ha desarrollado en 2.5). Se considera la aceleración de la gravedad como una constante. (Se reflejan en la Tabla 5-1).

PARÁMETRO	NOMBRE
n	Número de tramos
Aw	Velocidad de propagación de la onda de presión
XL	Longitud
D	Diámetro
F	Coeficiente de fricción
dt	Intervalo de tiempo discreto
Q0	Caudal en el estacionario inicial
А	Área de la sección transversal
incrX	Longitud del tramo de tubería
R	Término de fricción en la ecuación
В	Parámetro de la ecuación característica
ichi	Coeficiente de interpolación interno

Tabla 3-1	: Parámetros	de la tubería
-----------	--------------	---------------

Como se observa, el parámetro velocidad de propagación de onda se considera un parámetro en este desarrollo y no se plantea su cálculo dentro de la librería en base a las propiedades del fluido y de la tubería (incluyendo el tipo de soporte de la misma).

Cada vez que se crea una tubería, han de facilitarse estos parámetros.

Como variables discretas se tienen:

VARIABLE	NOMBRE
CP, CM	Coeficientes de las ecuaciones
H[n+1]	Vector de alturas piezométricas en los tramos
Q[n+1]	Vector de caudales en los tramos
HiS, QiS, HiR, QiR	Variables de interpolación interna

Como variables de tipo continuo:

Tabla 3-3: Variables continuas de la tubería

VARIABLE	NOMBRE
HS1, QS1	Variables de acoplamiento en el extremo 1
HRn, QRn	Variables de acoplamiento en el extremo n
time_sample	Tiempo discreto

Para facilitar la compresión del código desarrollado, se presenta el modelo matemático de la tubería en tres secciones.

En la primera sección, se presenta el modelado del algoritmo de cálculo en cada intervalo de tiempo discreto dt (when sample(0,dt)):

- Se actualiza la variable time\_sample en cada incremento discreto dt.
- Se calculan los puntos interiores de la tubería siguiendo las ecuaciones siguientes (for i in 2:n loop):

$$HiS \coloneqq pre(H[i]) - ichi(pre(H[i]) - pre(H[i+1])))$$
<sup>(3-1)</sup>

$$QiS \coloneqq pre(Q[i]) - ichi(pre(Q[i]) - pre(Q[i+1])))$$
<sup>(3-2)</sup>

$$HiR \coloneqq pre(H[i]) - ichi(pre(H[i]) - pre(H[i-1])))$$
<sup>(3-3)</sup>

$$CP \coloneqq HiR + QiR(B - R(abs(QiR)))$$
<sup>(3-4)</sup>

$$CM \coloneqq HiS - QiS(B - R(abs(QiS)))$$
<sup>(3-5)</sup>

$$H[i] = 0.5(CP + CM)$$
(3-6)

$$Q[i] = (H[i] - CM)/B$$
(3-7)

En estas ecuaciones, pre() hace relación al valor de dicha variable en el momento anterior a la llamada del algoritmo.

Las ecuaciones (3-6)(3-7) cargan en los vectores de variables asociados a cada tramo de tubería, los valores calculados en las ecuaciones (3-1) a (3-5) (incluyendo la denominada interpolación interna) en cada iteración del bucle for.

 Se actualizan las variables asociadas a los extremos de la tubería en función de las variables del conector (continuas):

$$H[1] \coloneqq fluid1.H \tag{3-8}$$

$$Q[1] \coloneqq -fluid1.Q \tag{3-9}$$

$$H[n+1] \coloneqq fluid2.H \tag{3-10}$$

$$Q[n+1] \coloneqq fluid2.Q \tag{3-11}$$

A continuación, se presenta el modelado del algoritmo de cálculo para el instante inicial:

 Por medio de un bucle for, se inicializan las variables discretas asociadas a los vectores H, Q (teniendo en cuenta que el caudal en el estacionario se facilita como parámetro en esta versión inicial de la librería):

$$H[i] \coloneqq fluid1.H - (i-1)RQ0^2 \tag{3-12}$$

$$Q[i] \coloneqq Q0 \tag{3-13}$$

- Además, se fijan las siguientes variables:

$$QiS = QiR \coloneqq Q0 \tag{3-14}$$

$$time\_sample \coloneqq 0$$
 (3-15)

Finalmente, el modelado de la parte continua de la tubería, se realiza mediante una interpolación en base al estado de las variables en el tiempo discreto anterior, y en función del intervalo de tiempo continuo que ha pasado desde la iteración previa.

Se ha desarrollado un modelo, donde se han despreciado los términos convectivos. La validez de la solución alcanzada se encuentra dentro de estas limitaciones.

## 3.4. Tuberías en serie, en paralelo, ramales de tuberías

Una vez se ha presentado en la Sección 3.2 el modelo matemático diseñado para la tubería, la conexión de varias tuberías para contar con un sistema en serie, en paralelo, o un ramal o unión de múltiples tuberías no requiere programación adicional, ya que las leyes de la física que rigen este tipo de conexiones (ver Sección 2.6) son coherentes con el sistema de ecuaciones que se deriva del uso del Conector diseñado para la librería.

Se simplifica en este caso la unión entre tuberías, al no tener en cuenta posibles pérdidas en las uniones, las cuales se podrían tener en cuenta diseñando un elemento unión que lo considerara, en el caso de que no se encuentre cualquier otro tipo de unión entre ambas, como puede ser una válvula o un depósito.

En el método de las características, en caso de existir varias tuberías en el modelo, se requiere hacer uso de un intervalo de tiempo discreto idéntico para cada tubería. Por ello, la discretización de la misma en un número entero de tramos exige en el planteamiento adoptado, un reajuste en la velocidad de propagación de la onda de presión (tal como se describe en la sección 2.6).

Se incorporan dos funciones que permiten por un lado obtener el número de tramos para una tubería dada y por otro obtener la velocidad de propagación de la onda de presión ajustada, a partir de las entradas siguientes:

VARIABLE	NOMBRE
а	Velocidad de propagación de la onda de presión
	original
dt	Intervalo de tiempo discreto
xL	Longitud de la tubería
psi	Variabilidad de a

Tabla 3-4: Entradas a la función de obtención de n, Aw, para dt dado

Estas funciones permiten obtener los parámetros n, Aw de la tubería.

El algoritmo que se emplea en ambos casos es en primer lugar analizar si dentro del intervalo (psi) definido se obtiene en su rango de variación el mismo número entero de tramos (si se igualan las ecuaciones (3-16)y (3-17)).

$$n1 \coloneqq integer(\frac{xL}{(1+psi)adt})$$
<sup>(3-16)</sup>

$$n2 \coloneqq integer(\frac{xL}{(1-psi)adt})$$
<sup>(3-17)</sup>

De no ser así, se interpola al entero superior a alcanzar para psi=0, incrementando n2 en caso de que xN-n2 sea mayor que 0.5 ((3-18)-(3-19)):

$$xN \coloneqq xL/adt \tag{3-18}$$

$$n2 = integer(xN) \tag{3-19}$$

Entonces, el valor ajustado de la velocidad de propagación de la onda de presión, se obtiene a partir de n:

$$a \coloneqq xL/ndt \tag{3-20}$$

### 3.5. El depósito

El elemento depósito, el cual se caracteriza por tener un nivel H constante, se modela de manera continua, por una ecuación sencilla que establece esa condición para todo tiempo en la variable H de su conector, tal como se muestra en la Ecuación (3-21).

$$deposito1.H = Hcte$$
<sup>(3-21)</sup>

Este parámetro H puede ser un dato del problema o puede tener que calcularse como condición de equilibrio inicial (en el estacionario previo al transitorio). Para asegurar la reutilización de código, estas inicializaciones se plantean fuera de la clase depósito, requiriendo entonces que se realice el análisis inicial en el sistema antes de pasar como parámetro a la clase el nivel H constante, a partir del cual se genere el objeto depósito.

### 3.6. La válvula

El elemento válvula se modela de manera continua. Se siguen las ecuaciones planteadas en la Sección 2.6.

$$f.Q = -CDA\tau\sqrt{2gf.H}$$
<sup>(3-22)</sup>

Los parámetros que caracterizan un elemento tipo válvula son el CDA ( $C_d$  el coeficiente de descarga y  $A_G$  el área de paso de la válvula en posición abierta) La aceleración de la gravedad se considera una constante. En función de la ley de cierre se requieren parámetros adicionales.

Como se indicó previamente, la ley de cierre de la válvula puede facilitarse de diversos modos. En la librería se incluyen los modelos siguientes: ecuación, forma tabular.

### <u>Ecuación</u>

$$\tau = (1 - \frac{t}{t_c})^{E_m} t < t_c, else 0$$
(3-23)

Donde  $t_c$  es el tiempo de cierre de la válvula, y  $E_m$  un parámetro asociado a la ley de cierre.

### <u>Forma tabular</u>

A partir de dos series de datos (tiempos y valores de tau en esos tiempos), se interpola por medio de una función auxiliar.

Esta función, requiere como entradas dos vectores, de variables dependientes (tableY) e independientes (tableX). Se trata de una interpolación lineal, se localiza (por medio de un bucle for y un condicional if) entre qué dos elementos se encuentra la variable independiente, y mediante el cálculo de la pendiente entre estos dos puntos de interpolación, se obtiene la variable dependiente correspondiente (y):

$$slope \coloneqq (tableY[i + 1] - tableY[i]) / (tableX[i + 1] - tableX[i])$$

$$y \coloneqq tableY[i] + slope(x - tableX[i])$$

$$(3-24)$$

$$(3-25)$$

# 3.7. Conclusiones

En este capítulo se ha realizado una descripción formal del diseño de la librería desarrollado, justificando tanto las ecuaciones y algoritmos implementados, como los elementos incluidos en la librería y el tipo de interconexión entre ellos.

WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica

# 4. Librería waterhammer\_MOC

# 4.1. Introducción

Una vez se ha presentado en el Capítulo 2 la física detrás del problema del análisis de transitorios en redes de tuberías, y se ha desarrollado en el Capítulo 3 la hipótesis de diseño realizada para cada elemento que incluye la librería de modelado objeto del presente trabajo, se describe en este Capítulo la arquitectura final alcanzada para la librería desarrollada en lenguaje de programación orientado a objetos Modelica (versión 3.2.2), realizado este desarrollo por medio del entorno de simulación Dymola (versión 2017).

En el Anexo A se incorpora el código completo de la librería waterhammer\_MOC.

# 4.2. Arquitectura de la librería

La estructura jerárquica de la librería se muestra en la Figura 4-1.



Figura 4-1: Librería waterhammer\_MOC: Estructura jerárquica

Se han incorporado varios paquetes para separar convenientemente el código. Se describe cada uno de ellos y su contenido en las secciones subsiguientes.

El principio de modelado de la librería es la programación de método de las características para la obtención de una solución numérica para el análisis de transitorios en redes de tuberías con circulación de fluidos a presión.

Si bien este método es un algoritmo de cálculo en intervalos discretos de tiempo, se lleva a cabo una aproximación particular, en la cual, dentro de las tuberías se realiza el cálculo tradicional asociado al método de las características, pero en sus extremos se modela un acomplamiento continuo. Así, el resto de elementos incluidos en la librería, y que se conectarán como condiciones de contorno de las tuberías, cuentan con una formulación continua en la librería.

### 4.3. Paquete components

Este paquete incluye los elementos que componen la librería. Figura en primer lugar el conector, denominado fluid. A continuación, los modelos de tubería (pipe), depósito (tank), válvula con ecuación para la ley de cierre (valve), y válvula con ley de cierre en forma de tabla (tabular\_valve).

### <u>fluid</u>

El conector tiene dos variables: altura piezométrica (H) y caudal (Q). Algunos modelos requieren un solo conector (como el depósito o la válvula), mientras que el modelo tubería hace uso de dos conectores, uno en cada extremo. Se identifica en la librería gráfica como un punto azul.

El usuario de la librería no requiere del uso de este conector, salvo que se plantee el desarrollo de algún modelo adicional.

### <u>pipe</u>

Este elemento se utiliza para modelar una tubería. Tiene dos conectores tipo fluid, uno en cada extremo. Se representa en la librería tal como se muestra en la Figura 4-2.

### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica



Figura 4-2: Libería waterhammer\_MOC. Elemento pipe

Se asumen las siguientes simplificaciones:

- Se desprecian los términos asociados a la aceleración convectiva (se asume que la velocidad del fluido es mucho menor que la velocidad de propagación de la onda de presión en el transitorio, tal como se desarrolla en 2.5).
- No se tienen en cuenta pérdidas asociadas a conexiones u otros.
- Se modela la fricción del fluido con la pared de la tubería por medio de la fórmula de Darcy-Weisbach (Ecuación (2-6)), que asume un proceso cuasi-estacionario (lo cual no da buenos resultados en evoluciones rápidas, donde el flujo es laminar y turbulento).
- Se asume que se conoce el estado inicial al transitorio, en particular, se requiere proporcionar el término Q0.
- En el desarrollo del método de las características, se ha utilizado una aproximación de primer orden en la integración de Q, para su variación con x.
   Esta aproximación es adecuada mientras no dominen los términos de fricción.

Estas simplificaciones permiten el análisis de muchos casos relevantes en el análisis del golpe de ariete. Hacer uso del modelo fuera de este rango de actuación no va a proporcionar resultados adecuados.

El modelo de la tubería requiere de una serie de parámetros a proporcionar por parte del usuario, tal como se muestra en Figura 4-3.

Parameters					
Туре	Name	Default	Description		
Integer	n		number of reaches		
<u>Velocity</u>	Aw		[m/s]		
Length	XL		length [m]		
<u>Diameter</u>	D		diameter [m]		
Real	F		friction coefficient		
<u>Time</u>	dt		discrete time increment [s]		
VolumeFlowRate	Q0		initial flow input data [m3/s]		
<u>Area</u>	А	Modelica.Constants.pi*D^2/4	lateral area [m2]		
Length	incrX	XL/(n)	reach length [m]		
Real	R	F*incrX/(2*G*D*A^2)	friction term		
Real	В	Aw/(G*A)	MOC ecuations parameter		
Real	ichi	dt*Aw/incrX	inner interpolation coeff min0, max1		

Figura 4-3: Librería waterhammer\_MOC. Elemento pipe. Parámetros

Se ha desarrollado el modelo con el objetivo de su uso en problemas de análisis, con lo cual, se asume que son dato el número de tramos en que se divide la tubería (n), así como el intervalo de tiempo discreto en la formulación (dt). Estos parámetros están relacionados con la velocidad de propagación de la onda de presión (Aw), y con la longitud de la tubería (XL), mediante la Ecuación (4-1) (asumiendo  $\Psi$ =0).

$$n = \frac{XL}{dt(1\pm\Psi)Aw} \tag{4-1}$$

En caso de existir varias tuberías en la red, todas deben compartir el parámetro dt, ya que es así como se obtienen resultados apropiados con el método de las características. Por ello, ha de calcularse el número de tramos de discretización para cada tubería (n), a partir de la velocidad de propagación (Aw), ajustando esta última dentro del margen proporcionado por el parámetro  $\Psi$  (entre 0 y 0.15) (Ecuación (4-1)). Para realizar este ajuste, se dispone en la librería de las funciones wavespeed\_adjustment\_n, wavespeed\_adjustement\_a, las cuales se describen en la Sección 4.4.

Se tiene una interpolación interna está asociada a los puntos de cálculo en la malla de curvas características, la cual permite hacer uso de puntos fuera de la misma (R, S) para el cálculo de las ecuaciones, tal como se muestra en la Figura 4-4 (esta figura se reproduce aquí a efectos de clarificación, figura asimismo en Figura 2-5).



Figura 4-4: Método de los intervalos de tiempo definidos (Wylie & Streeter, 1978)

### <u>tank</u>

Este elemento se utiliza para modelar un depósito, en el cual se asume altura piezométrica constante. Tiene un conector tipo fluid. Se representa en la librería tal como se muestra en la Figura 4-5.



Figura 4-5: Libería waterhammer\_MOC. Elemento tank

### <u>valve</u>

Este elemento se utiliza para modelar una válvula, en el cual se asume una ley de cierre dada por la Ecuación (4-2) (esta Ecuación se reproduce aquí a efectos de clarificación, figura asimismo en la Ecuación (3-23)).

$$\tau = (1 - \frac{t}{t_c})^{E_m} t < t_c, else 0$$
<sup>(4-2)</sup>

Para ello, se requieren los parámetros que se muestran en la Figura 4-7. Se supone que se conoce en el instante inicial el valor del parámetro CdA ( $C_d$  el coeficiente de descarga y  $A_G$  el área de paso de la válvula en posición abierta).

Parameters				
Туре	Name	Default	Description	
<u>Time</u>	tc		valve closure time [s]	
Real	Em		valve opening exponent	
Real	CDA		valve opening CdA coeff at time 0	

Figura 4-6: Librería waterhammer\_MOC. Elemento valve. Parámetros

Tiene un conector tipo fluid. Se representa en la librería tal como se muestra en la Figura

4-7.



Figura 4-7: Libería waterhammer\_MOC. Elemento valve

### tabular valve

Este elemento se utiliza para modelar una válvula, en el cual se asume una ley de cierre dada de forma tabular. Se hace uso de la función linearInterpolation, la cual se describe en la Sección 4.4., para obtener en cada instante de tiempo el valor de la variable τ.

Para ello, se requieren los parámetros que se muestran en la Figura 4-8. Se supone que se conoce en el instante inicial el valor del parámetro CdA ( $C_d$  el coeficiente de descarga y  $A_G$  el área de paso de la válvula en posición abierta).

Parameters			
Туре	Name	Default	Description
Real	dtt[:]		tabular tau times
Real	tab_tau[:]		tabular tau
Real	CDA		valve opening CdA coeff at time 0

Figura 4-8: Librería waterhammer\_MOC. Elemento tabular\_valve. Parámetros

Tiene un conector tipo fluid. Se representa en la librería tal como se muestra en la Figura 4-9.



Figura 4-9: Libería waterhammer\_MOC. Elemento tabular\_valve

# 4.4. Paquete functions

Se han incorporado una serie de funciones auxiliares, las cuales se han identificado útiles durante el desarrollo de la librería.

wavespeed adjustment n, wavespeed adjustment a

Estas funciones son de uso por parte del usuario. Permiten, para un sistema formado por varias tuberías, y a partir de un parámetro dt dado, obtener el número de tramos (n) en que se discretiza cada una de ellas, ajustando la velocidad de propagación de la onda de presión si se requiere, para asegurar el uso de este intervalo de tiempo discreto dt. Ha de tenerse en cuenta que tanto n como Aw son parámetros del elemento tubería.

Ambas funciones tienen las mismas entradas, tal como se muestra en la Figura 4-10. Se han separado por conveniencia.

Inputs			
Туре	Name	Default	Description
Real	а		original wavespeed
Real	dt		discrete time interval
Real	xL		pipe longitude
Real	psi		variability

Figura 4-10: Librería waterhammer\_MOC. Funciones wavespeed\_adjustment. Inputs

Su uso es sencillo mediante código, tal como se muestra en la Figura 4-11, en el cual se llama a las funciones en la sentencia de definición de parámetros para la denominada pipe1 (example2), previo a construir el elemento pipe1.

```
//pipe1
parameter Modelica.SIunits.Length XL_1=351. "pipe length";
parameter Modelica.SIunits.Velocity Aw_1=waterhammer_MOC.functions.wavespeed_adjustment_a(
    Aw,
    dt,
    XL_1,
    psi) "wavespeed";
parameter Integer n_1=waterhammer_MOC.functions.wavespeed_adjustment_n(
    Aw,
    dt,
    XL_1,
    psi) "number of pipe reaches";
parameter Modelica.SIunits.Diameter D 1=0.3 "pipe diameter";
```

Figura 4-11: Librería waterhammer MOC. Funciones wavespeed adjustment. Uso

El ajuste que realizan las funciones se basa en primer lugar en calcular si dentro del margen dado por el parámetro  $\Psi$  (Ecuación (4-1)), se tiene un número de tramos dado. Sino, se interpola al siguiente entero que se obtendría sin ajuste de la velocidad Aw. Finalmente, con el número de tramos obtenido, se calcula la velocidad de propagación ajustada.

### linear interpolation

Se trata de una función que se requiere para uso interno en el elemento tabular\_valve, tal como se ha descrito en la Sección 4.3. Realiza una interpolación lineal. Sus entradas y salidas se muestran en la Figura 4-12.

Inputs					
Туре	Name	,	Default	[	Description
Real	x			Indepen	dent variable
Real	tableX[	:]		Indepen	dent variable array
Real	tableY[	:]		Depend	ent variable array
Outputs					
Туре	Name		Descrip	otion	
Real	у	In	terpolate	d result	

Figura 4-12: Librería waterhammer\_MOC. Función linearInterpolation. Inputs&Outputs

### 4.5. Paquete examples

En el paquete examples se incluyen aquellos casos que se han empleado para verificar el desarrollo de la librería, los cuales se han documentado para servir a su vez como modelos de uso de la librería. Se desarrollan en detalle en el Capítulo 5.

гаскаде	Fackage Content			
Name	Description			
example0	Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Fortran total discrete approach			
example1	Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1. waterhammer_MOC library approach			
example2	Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.4.			
example3	Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Parameter variation analysis			

### Package Content

Figura 4-13: Librería waterhammer\_MOC. Paquete examples

El contenido se muestra en la Figura 4-13.

El exampleO reproduce el código en lenguaje procedural que se utiliza para comparar con la versión example1, desarrollada con la libería waterhammer\_MOC. El example3 vuelve sobre el mismo caso de los anteriores, realizándose un análisis de la respuesta en función de la variación de varios parámetros del problema. Se trata de un caso sencillo pero ilustrativo del fenómeno del golpe de ariete, donde una tubería se conecta por un extremo a un depósito, y por el otro a una válvula, la cual se cierra en un instante de tiempo dado.

El example2 reproduce un problema de una red formada por tres tuberías en serie, conectadas por un extremo a un depósito, y por el otro a una válvula, la cual se cierra en un instante de tiempo dado.

## 4.6. Composición de redes mediante el editor gráfico

Se puede hacer uso de la librería mediante la edición de código en formato texto, pero también mediante la edición gráfica.

Tal como se ha mostrado en la Sección 4.3, cada elemento tiene un diagrama en el editor. De este modo, se pueden componer modelos a partir de estos elementos, sin más que arrastrarlos al "diagram layer" (Figura 4-14).



*Figura 4-14: Librería waterhammer\_MOC. Diagrama en el editor gráfico* 

Los parámetros pueden introducirse por medio de menú que se despliega al efecto (Figura 4-15). Está disponible en esta ventana el acceso a la ayuda generada en formato html de la librería.

Component			Icon
Name	pipe		
Comment			
Model			×L
Path	waterhammer_MOC.components.pip	e	
Comment			
Parameters			
n	5	•	number of reaches
Aw	1000	m/s	
XL	600	m	length
D	0.5	m	diameter
F	0.018	•	friction coefficient
dt	0.12	s	discrete time increment
Q0	0.477	m3/s	initial flow input data
A	Modelica.Constants.pi*D^2/4	• m2	lateral area
incrX	XL/(n)	m	reach length
R	F*incrX/(2*G*D*A^2)	•	friction term
В	Aw/(G*A)	•	MOC ecuations parameter
ichi	dt*Aw/incrX	•	inner interpolation coeff min0, max1

Figura 4-15: Librería waterhammer\_MOC. Edición de parámetros en el editor gráfico

La conexión se realiza asimismo desde el editor gráfico.

Se puede combinar la edición gráfica con la edición textual (Figura 4-16), lo cual resulta útil en ciertos casos, como es en el example2, para facilitar el uso de las funciones auxiliares wavespeed\_adjustment.

### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica

```
model example3 "Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Parameter variation analysis"
components.tank tank(HR=150)
  а;
components.valve valve(
  Em=1.5,
  CDA=0.009.
   tc=2.1)
  а;
  components.pipe pipe(
   XL=600,
    F=0.018.
   Q0=0.477,
   n=5,
   D=0.5,
   Aw=1000.
    dt=0.12) a;
equation
  connect(pipe_interpolations.fluid2, valve.fluid1)
   а;
  connect(tank.fluid1, pipe_interpolations.fluid1) a;
а
end example3;
```

Figura 4-16: Librería waterhammer\_MOC. Edición en texto de modelo creado con el editor gráfico

# 4.7. Conclusiones

En el presente capítulo se ha incluido una descripción exhaustiva de la librería de modelado desarrollada, apoyada esta descripción en el trabajo de documentación de la misma que se ha llevado a cabo sobre la herramienta de simulación (documentada en html), suponiendo un manual tanto a nivel de uso del editor gráfico, como a nivel de conocimiento del modelado de cada elemento disponible en la librería, siendo este último concepto de especial relevancia, ya que siempre se ha de asegurar el sentido físico de las simulaciones a llevar a cabo, lo cual implica conocer las hipótesis de modelado y simplificaciones que se tienen en cuenta en cada caso.
4. Librería waterhammer\_MOC

# 5. Validación y resultados

## 5.1. Introducción

Una vez se dispone de una librería completa para el modelado de redes de tuberías, se presentan en este capítulo una serie de ejemplos incluidos sobre el paquete examples ya presentado en la Sección 4.5, desarrollando el modelado de los mismos, así como analizando los resultados obtenidos en su simulación.

## 5.2. Example1

El ejemplo 1 reproduce el problema presentado en el Ejemplo 3.1 de (Wylie & Streeter, 1978). En la citada referencia se resuelve mediante lenguaje procedimental (Fortran). (Se reproduce esta metodología en el example0, a afectos de comparativa con el desarrollo del mismo problema sobre la librería).

Se trata de un sistema simple formado por una tubería que se conecta en su extremo izquierdo a un depósito, y en su extremo derecho a una válvula inicialmente abierta, con una ley de cierre en función del tiempo (Ecuación (3-23)). Se muestra el sistema en la Figura 5-1.



Figura 5-1: Example1. Diagrama del sistema

La tubería es horizontal y se desprecian los términos convectivos, tal como se ha modelado el elemento pipe. La aceleración de la gravedad es constante 9.806 m/s<sup>2</sup>.

Los parámetros que caracterizan la tubería son: número de tramos: 5, velocidad de propagación de onda 1200 m/s, longitud 600 m, diámetro 0.5m, coeficiente de fricción 0.018. Se muestran en la Tabla 5-1.

NÚMERO DE TRAMOS	VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN (m/s)	LONGITUD (m)	DIÁMETRO (m)	COEFICIENTE DE FRICCIÓN
5	1200	600	0.5	0.0018

Tabla 5-1: Ejemplo1.	Parámetros	de	la	tubería
----------------------	------------	----	----	---------

El intervalo de tiempo de cálculo viene dado por la expresión  $dt = \frac{x_L}{A_w n} = \frac{600}{1200 \cdot 5} = 0.1 s.$ 

Los parámetros que caracterizan el depósito son: altura piezométrica 150 m.

Los parámetros que caracterizan la válvula son: tiempo de cierre 2.1 s,  $E_m$  1.5, CDA ( $C_d$  el coeficiente de descarga y  $A_G$  el área de paso de la válvula en posición abierta) 0.009,

En la librería, por medio del editor gráfico, se construye el modelo definiendo los objetos que componen el sistema:

```
components.tank tank(HR=150);
components.valve valve(tc=2.1,Em=1.5, CDA=0.009);
components.pipe pipe(n=5,Aw=1200,XL=600,D=0.5,F=0.018,dt=0.1,Q0=0.477);
```

Los cuales se conectan entre sí del siguiente modo:

```
equation
    connect(pipe.fluid2, valve.fluid1);
    connect(tank.fluid1, pipe.fluid1);
```

Los resultados obtenidos mediante la librería se comparan con los presentados en el Ejemplo 3.1 de (Wylie & Streeter, 1978) (example0). Ha de tenerse en cuenta que la diferencia principal entre ambos códigos estiba en el uso dentro de la librería desarrollada, de una interpolación para obtener variables continuas en los extremos de la tubería.

Se realiza la simulación durante 4.3 segundos, y se obtienen las siguientes gráficas de evolución temporal de las distintas variables:



Figura 5-2: Example1. Evolución temporal de H en la válvula

La Figura 5-2 muestra en verde (valve.fluid1.H) los resultados obtenidos con la librería y en azul (H[6]) los resultados obtenidos mediante código Fortran (example0), para la variable H (altura piezométrica) en la válvula.



Figura 5-3: Example1. Evolución temporal de Q en el depósito y ley de cierre de la válvula

La Figura 5-3 muestra en las dos primeras variables, τ (ley de cierre de la válvula, TAU del example0 y valve.tau del example1), y como siguientes variables el caudal en el depósito (Q[1] del example0, tank.fluid1.Q del example1).

Se obtienen los mimos resultados en ambos casos. Como en la librería tanto la válvula como el depósito se han modelado de manera continua, las gráficas son continuas para las variables representadas, frente a la solución discreta aportada por example0.

En cuanto al sentido físico de la simulación, se observa cómo tras el cierre de la válvula aumenta la altura piezométrica en el extremo de la tubería donde esta se localiza, alcanzando un pico máximo inicial. El caudal en el depósito es inicialmente constante, pero disminuye debido a la sobrepresión en el pico máximo. Se observa que se mantiene un movimiento oscilatorio amortiguado con el cierre de la válvula, ya que el fluido no ha alcanzado todavía el estacionario. La amortiguación es debida a la presencia de fricción en el modelo.

No se representa una ventana temporal mayor dado que los resultados obtenidos por el modelo desarrollado pierden validez más allá del primer ciclo de transitorio. Ha de tenerse en cuenta que la sobrepresión se va amortiguando con el tiempo, con lo cual se tiene para una simulación tipo la presentada el dato de diseño que se busca en el análisis.

### 5.3. Example2

El ejemplo 2 reproduce el problema presentado en el Ejemplo 3.4 de (Wylie & Streeter, 1978). En la citada referencia se resuelve mediante lenguaje procedimental (Fortran).

Se trata de un sistema formado por tres tuberías conectadas en serie, unidas en su extremo izquierdo a un depósito, y en su extremo derecho a una válvula inicialmente abierta, con una ley de cierre tabular. Se muestra el sistema en la Figura 5-4.

#### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica



Figura 5-4: Example2. Diagrama del sistema

Las tuberías son horizontales y se desprecian los términos convectivos, tal como se ha modelado el elemento pipe. La aceleración de la gravedad es constante 9.806 m/s<sup>2</sup>.

Los parámetros que caracterizan la tubería 1 son: velocidad de propagación de onda 1200 m/s, longitud 351 m, diámetro 0.3 m, coeficiente de fricción 0.019.

Los parámetros que caracterizan la tubería 2 son: velocidad de propagación de onda 1200 m/s, longitud 483 m, diámetro 0.2m, coeficiente de fricción 0.018.

Los parámetros que caracterizan la tubería 3 son: velocidad de propagación de onda 1200 m/s, longitud 115 m, diámetro 0.13 m, coeficiente de fricción 0.018.

Se muestran los datos para las tres tuberías en la Tabla 5-2.

TUBERÍA	VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN (m/s)	LONGITUD (m)	DIÁMETRO (m)	COEFICIENTE DE FRICCIÓN
1	1200	351	0.3	0.0019
2	1200	483	0.2	0.018
3	1200	115	0.13	0.018

Tabla 5-2: Example2. Parámetros de las tuberías

El intervalo de tiempo de cálculo viene dado, dt 0.1 s. Se realiza un ajuste de las velocidades de propagación de onda de las tuberías para usar el mismo intervalo de cálculo para todas, ya que es condición necesaria para obtener resultados plausibles. Se obtiene durante este ajuste el número de tramos en que se divide cada tubería. Se muestran los resultados en la Tabla 5-3.

τιφερία	ΝΙΊΜΕΡΟ DE ΤΡΑΜΟΣ	VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN AJUSTADA
		(m/s)
1	3	1170
2	4	1207.5
3	1	1150

En cuanto al depósito, no se facilita el parámetro de altura piezométrica, sin embargo, se conoce el caudal en el estacionario Q<sub>0</sub> 0.2 m/s y la altura piezométrica H<sub>0valve</sub> 100 m de la válvula en el estado inicial. Se calcula el parámetro del depósito inicialmente por medio de la Ecuación (5-1), la cual representa la suma a la altura piezométrica de la válvula, de las pérdidas a lo largo de cada tramo en cada una de las tuberías.

$$H_{R} = H_{0valve} + Q_{0}^{2} \left( \left( \frac{f_{1}x_{L1}}{2g(\frac{\pi}{4})^{2}D_{1}^{5}} \right) + \left( \frac{f_{2}x_{L2}}{2g(\frac{\pi}{4})^{2}D_{2}^{5}} \right) + \left( \frac{f_{3}x_{L3}}{2g(\frac{\pi}{4})^{2}D_{3}^{5}} \right) \right)$$
(5-1)

Los parámetros que caracterizan la válvula son: CDA (Cd el coeficiente de descarga y AG el área de paso de la válvula en posición abierta) que se obtiene mediante la expresión  $CDA = \frac{0.2}{\sqrt{2gH_{0valve}}} = \frac{0.2}{\sqrt{2 \cdot 9.806 \cdot 100}} = 0.0045$ , y entrada tabular de la ley de cierre tal como

se representa en la Tabla 5-4.

dtt (s)	0	0.6	1.2	1.8	100
τ	1	0.2	0.1	0	0

Tabla 5-4: Ejemplo 2. Ley de cierre de la válvula

En la librería se construye el modelo definiendo los objetos que componen el sistema, combinando el editor gráfico con el editor de texto:

```
components.pipe pipe(n=n 1,Aw=Aw 1,XL=XL 1,D=D 1,F=F 1,dt=dt,Q0=Q0);
components.pipe pipel(n=n_2,Aw=Aw_2,XL=XL_2,D=D_2,F=F_2,dt=dt,Q0=Q0);
components.pipe pipe2(n=n 3,Aw=Aw 3,XL=XL 3,D=D 3,F=F 3,dt=dt,Q0=Q0);
components.tank tank(HR=HR);
components.tabular valve tabular valve(CDA=CDA,dtt=dtt,tab tau=tab tau);
```

Los cuales se conectan entre sí del siguiente modo:

```
equation
  connect(pipe.fluid2, pipe1.fluid1);
  connect(pipe1.fluid2, pipe2.fluid1);
connect(pipe.fluid1, tank.fluid1);
  connect(tabular valve.fluid1, pipe2.fluid2);
```

Los resultados obtenidos mediante la librería se comparan con los presentados en el Ejemplo 3.4 de (Wylie & Streeter, 1978). Ha de tenerse en cuenta que la diferencia principal entre ambos códigos estiba en el uso dentro de la librería desarrollada, de una interpolación para obtener variables continuas en los extremos de la tubería.

Se realiza la simulación durante 2.1 segundos, y se obtienen las siguientes gráficas de evolución temporal de las distintas variables:



Figura 5-5: Example2. Evolución temporal de H en los elementos

La Figura 5-5 muestra: tank.fluid1.H (depósito), pipe.fluid2.H (final de la primera tubería), pipe1.fluid2.H (final de la segunda tubería), tabular\_valve.fluid1.H (válvula). La altura piezométrica es constante en el depósito. La sobrepresión es mayor en el extremo de la última tubería próximo a la válvula que provoca el transitorio.

En la Figura 5-6 se muestra la evolución del caudal para estos mismos puntos de referencia. En el caso del depósito se observa una evolución continua de la variable, mientras que para la tubería, se tienen valores por escalones, al sustentarse los cálculos en el método de las características (discreto). El caudal en el depósito varía en relación a la sobrepresión experimentada en el transitorio.



Figura 5-6: Example2. Evolución temporal de Q en los elementos

La obtención del número de tramos y el correspondiente ajuste en la velocidad de propagación de la onda de presión por medio de la librería genera los datos que se muestran en la Tabla 5-5. Esto se realiza en la definición de parámetros previo a la declaración de objetos, tal como se ha mostrado en la Figura 4-11.

Tabla 5-5: Example2. Obtención del número de tramos y ajuste de la velocidad de propagación

n_1	3
n_2	4
n_3	1
Aw_1 [m/s]	1170
Aw_2 [m/s]	1207.5
Aw_3 [m/s]	1150

La ley de cierre de la válvula se muestra en la Figura 5-7.



Figura 5-7: Example2. Ley de cierre de la válvula

En este caso, con los parámetros originales del Ejemplo 3.4 de (Wylie & Streeter, 1978) no se consigue obtener una solución mediante el uso de la librería. Se debe modificar uno de los diámetros de una de las tuberías (D\_3 de 0.15m a 0.13m) para obtener una solución. Por ello, solamente se comparan cualitativamente los resultados obtenidos, y no cuantitativamente.

La evolución de las variables en los primeros segundos de transitorio se corresponde desde un punto de vista cualitativo con las del Ejemplo 3.4 de (Wylie & Streeter, 1978), las cuales se muestran a continuación, en las Figura 5-8, Figura 5-9.



Figura 5-8: Example2. Evolución temporal de H en los elementos (Ejemplo 3.4 de (Wylie & Streeter, 1978))



Figura 5-9: Example2. Evolución temporal de Q en los elementos (Ejemplo 3.4 de (Wylie & Streeter, 1978))

Las variables 0 se corresponden al depósito, las variables pipe1, pipe2, pipe3 corresponden a los puntos que representan el final de cada tubería que compone la red. La tercera tubería es la que experimenta mayor sobrepresión por encontrarse más próxima al punto de cierre de la válvula. Como es una tubería muy corta en longitud, en la segunda tubería se tiene una sobrepresión similar. El caudal en el depósito se mantiene constante hasta que se produce una demanda asociada a la sobrepresión experimentada en el transitorio.

## 5.4. Example3

A partir del primer ejemplo presentado (Example1), se realizan distintas simulaciones, para evaluar cómo varios parámetros afectan a los resultados obtenidos. También se simula el caso presentado en la Tabla 2-1. Si bien se titula bajo epígrafe Example3, se incluye en la librería por coherencia, pero no ha sido necesario generar código adicional al presentado en la Sección 5.2 (Example1).

Se muestran los resultados obtenidos para cada caso:

#### Número de tramos

Se modifica el número de tramos en que se discretiza la tubería. Ha de cambiarse también el dt, tal que se cumpla la Ecuación (4-1) (asumiendo  $\Psi$ =0).



Figura 5-10: Example3. Evolución temporal de H para distintos N



Figura 5-11: Example3. Evolución temporal de Q para distintos N

Los resultados muestran una variación no significativa en función de este parámetro. A mayor número de tramos, el intervalo de tiempo discreto de cálculo aumenta.

#### Velocidad del transitorio (ley de cierre de la válvula)

Para observar la variación de la respuesta en función de la velocidad del transitorio, se modifica el parámetro tc de la ley de cierre de la válvula, haciendo que se cierre antes y después.



Figura 5-12: Example3. Evolución temporal de H para distintos tc



Figura 5-13: Example3. Evolución temporal de Q para distintos tc



Figura 5-14: Example3. Ley de cierre de válvula para distintos tc

Con transitorios más lentos, la sobrepresión en la tubería es menor, y la demanda de caudal de depósito oscila en menor magnitud. Se da la respuesta inversa con transitorios más rápidos.

#### Relación de aspecto de la tubería

Se modifica el diámetro de la tubería para alterar la relación de aspecto de la misma.



Figura 5-15: Example3. Evolución temporal de H para distintos D



Figura 5-16: Example3. Evolución temporal de Q para distintos D

La sobrepresión aumenta con la disminución del diámetro, y disminuye para diámetros más grandes.

#### Velocidad de propagación de la onda de presión

Se modifica la velocidad de propagación de la onda de presión. Este parámetro del problema tiene en cuenta la flexibilidad del fluido y la flexibilidad del material. Por medio de esta segunda dependencia se considera de manera implícita el tipo de apoyo de la tubería.

Requiere modificar el intervalo de tiempo discreto para cumplir con la Ecuación (4-1) (asumiendo  $\Psi$ =0).



Figura 5-17: Example3. Evolución temporal de H para distintos a



Figura 5-18: Example3. Evolución temporal de Q para distintos a

La sobrepresión es mayor con velocidades de propagación de la onda más bajas.

#### Cierre instantáneo de la válvula y fricción nula

Este caso se corresponde con el caso descrito en la Tabla 2-1, el cual se presentó para ilustrar de una manera sencilla el fenómeno del golpe de ariete.

En la librería, y sobre el Example1, se asigna a los parámetros  $t_c$  (tiempo de cierre de la válvula), y F (coeficiente de fricción de la pared) el valor cero, para reproducir las condiciones del caso. Para L=600 m y A<sub>w</sub>=1000 m/s, los tiempos que caracterizan el problema son:

FASE	INTERVALO DE TIEMPO
← Onda de alta presión viaja de la	0 <t≤0.6 (l="" a<sub="">w)</t≤0.6>
válvula que se cierra al depósito	
→ Onda de alta presión viaja del	0.6 (L/A <sub>w</sub> ) <t≤1.2 (2l="" a<sub="">w)</t≤1.2>
depósito a la válvula, provocando el	
movimiento del fluido a su paso hacia el	
depósito	
←Onda de baja presión viaja de la	1.2 (2L/A <sub>w</sub> ) <t≤1.8 (3l="" a<sub="">w)</t≤1.8>
válvula que sigue cerrada al depósito	
→ Onda de baja presión devuelve el	1.8 (3L/A <sub>w</sub> ) <t≤2.4 (4l="" a<sub="">w)</t≤2.4>
fluido a la condición inicial	

Tabla F C, Fyampla 2 (Tabla 2 1)	Faces on un cicle de transiterie	nara ciarra instantánao u ci	n friggiór
1 0010 5-0. EXUITIDIE 3 1 1 0010 2-11	FUSES EN UN CICIO DE LI UNSILONO	bara cierre instantaneo v si	ΠΠΕΕΙΟΓ



Figura 5-19: Example3 (Tabla 2-1). Evolución en un ciclo de H en la válvula

Se observa en la Figura 5-19, cómo la altura piezométrica en la válvula cambia de alta a baja presión en el instante t=1.2s, cuando la onda de alta presión alcanza la válvula desde el depósito. Lo inverso sucede en t=2.4s cuando se reanuda el ciclo.



Figura 5-20: Example3 (Tabla 2-1). Evolución en un ciclo de Q en el depósito

Se observa en la Figura 5-20, cómo el caudal en el depósito se invierte en el instante t=0.6s, cuando la onda de alta presión parte del depósito en dirección a la válvula, poniendo en movimiento el fluido hacia el depósito a su paso. Lo inverso sucede en t=1.8s cuando la onda de baja presión reestablece viajando del depósito a la válvula, las condiciones iniciales.

En las Figura 5-21, Figura 5-22, Figura 5-23, se ilustra cómo, para una discretización de la tubería en 5 elementos, la propagación de la información de la onda se realiza de manera secuencial. Se representa en la Figura 5-21 la variable H en sentido derecha (nodo 6-válvula) a izquierda (depósito) de arriba a abajo, para seguir la evolución descrita previamente.



Figura 5-21: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de H a lo largo de la tubería (I)



Figura 5-22: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de H a lo largo de la tubería (II)

#### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica



Figura 5-23: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de H a lo largo de la tubería (III)

Se presenta en las Figura 5-24, Figura 5-25, la evolución de la variable Q para una discretización de la tubería en 5 elementos.







#### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica



Figura 5-25: Example3 (Tabla 2-1). Propagación de Q a lo largo de la tubería (II)

## 5.5. Conclusiones

En el presente capítulo se han presentado desde un punto de vista descriptivo y de análisis de resultados, el conjunto de ejemplos incluidos en el paquete examples de la librería de modelado desarrollada. Con esto, se ha ilustrado el modo de uso de la librería y se han presentado el tipo de resultados que se obtienen con la misma.

# 6. Conclusiones y trabajos futuros

## 6.1. Introducción

A lo largo de las secciones que componen este documento se ha reflejado el trabajo llevado a cabo con el objetivo de diseñar una librería de modelado que permitiera la simulación del problema físico transitorio del movimiento de fluidos en tuberías, denominado golpe de ariete.

Se ha comenzado realizando una introducción básica sobre el problema objeto de análisis. A continuación, se ha presentado una descripción más completa de las herramientas que han servido de base al trabajo. Se ha proseguido justificando el diseño considerado para la librería de modelado, incluyendo las hipótesis tomadas. Una vez presentada la librería final elaborada, se ha llevado a cabo un análisis de una serie de ejemplos, los cuales ilustran el modo de uso de la librería y los resultados obtenibles con la misma.

En base a todo lo expuesto, se presentan en este capítulo una serie de conclusiones alcanzadas. A su vez, se plantean varias líneas de trabajo futuras para la mejora de la librería, y la expansión de su funcionalidad.

## 6.2. Conclusiones

Se revisan los objetivos planteados en la Sección 1.2. El objeto principal del trabajo ha sido el desarrollo en lenguaje de programación orientado a objetos, de una librería para el análisis del fenómeno del golpe de ariete.

En primer lugar, se ha realizado una revisión del estado del arte asociado al problema, identificando distintas estrategias de resolución. Sobre esta base, se ha seleccionado un enfoque teórico, asumiendo distintas hipótesis. En particular:

 Se ha considerado el estudio de transitorios en los cuales la elasticidad del fluido y del material de la tubería es relevante (frente a modelos de columna fluida o tratamiento de la evolución como sucesión de estados casi-estacionarios). Este tipo de transitorios responde a cierres instantáneos de válvulas o fallos de turbomáquinas.

- Se ha seleccionado el método de las características como algoritmo para la solución numérica de las ecuaciones en derivadas parciales que modelan el sistema físico. Este método, universalmente utilizado, permite de una manera sencilla y eficiente alcanzar resultados relevantes para este tipo de análisis. Se trata de un método que lleva a un conjunto de ecuaciones algebraicas discretas, tanto para el modelado de la tubería como de sus condiciones de contorno en la interacción con otros elementos.
- Se ha seleccionado Modelica como lenguaje de programación, y se ha fijado como objetivo la programación de una librería que permita el modelado de una red hidráulica a partir de diferentes elementos constitutivos.

Una vez estudiado el problema físico objeto de modelado, y en base al lenguaje de programación a utilizar, se ha definido un enfoque de diseño para la librería. Se han seleccionado los elementos tubería, depósito y válvula, como aquellos relevantes para incluir en la misma, y que permiten la simulación de modelos ilustrativos del fenómeno del golpe de ariete.

Se ha trabajado con una hipótesis inicial basada en el desarrollo de un modelo de estructura regular para los tramos en que se discretiza la tubería siguiendo el método de las características. Se ha tenido que abandonar esta hipótesis, por no resultar apropiada al combinar el enfoque algorítmico del método de las características con el concepto de conector entre elementos en Modelica, y plantear dificultades en la definición de objetos reutilizables y con sentido físico.

Como segunda hipótesis, se ha supuesto un modelo híbrido para la tubería (elemento mínimo indivisible, que cuenta en su formulación con arrays de variables para cada tramo en que se discretiza por el método de las características). Este modelo híbrido consiste en tratar los nodos en el interior de la misma por medio del algoritmo discreto estándar, y en un acoplamiento que permite tener un elemento tubería con interfaces continuas, en base al modelado interno por medio del método de las características.

#### WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica

A partir de esta segunda hipótesis, se ha considerado para otros elementos presentes en la librería un modelo continuo, dado que con el modelo híbrido de la tubería, se pueden conectar en todo instante de tiempo. En una metodología tradicional de empleo del método de las características, las interfaces con otras tuberías, depósitos, válvulas o turbomáquinas, se discretizan y se incorporan de manera implícita al esquema algebraico de cálculo, lo cual va en detrimento de un enfoque de reutilización y sentido físico en el modelo.

Con esta toma de decisiones, se ha procedido a desarrollar la librería.

A partir del estudio teórico previamente realizado, se han tomado diferentes decisiones en cuanto al modelo matemático de los elementos incorporados en la misma. En particular:

- Para la tubería, se han despreciado los términos de aceleración convectiva (velocidad del fluido<<velocidad de propagación de la onda de presión en el transitorio), se ha asumido que se conoce el caudal en el estacionario previo al transitorio.
- Se han modelado dos tipos de válvula, según se obtiene la ley de cierra por medio de una ecuación de evolución exponencial conocida, o por medio de una tabla de datos.

Las simplificaciones en la tubería son coherentes siempre que se consideren sistemas que entren dentro de estas hipótesis. Es el tipo de problemas que se van a simular, como se ha mencionado previamente, al tratar transitorios producidos en redes hidráulicas a presión producidos por cierres de válvulas o fallos de turbomáquinas. La asunción de conocer el estado inicial previo al transitorio se ha realizado para no añadir complejidad al desarrollo.

Una vez se ha llevado a cabo el modelado matemático de los elementos presentes en la librería, por medio de dos ejemplos de referencias bibliográficas se ha evaluado su comportamiento.

El primer ejemplo seleccionado ha sido un caso sencillo de referencia, consistente en una tubería horizontal, que se conecta a un extremo a un depósito de altura piezométrica constante, y al otro extremo a una válvula que se cierra en un instante de tiempo dado, siguiendo una ley exponencial. En este caso, los resultados obtenidos con la librería son los mismos que los planteados en la referencia.

El segundo ejemplo seleccionado ha sido un caso más complejo, consistente en una red de tres tuberías conectadas en serie, nuevamente conectadas en un extremo a un depósito de altura piezométrica constante y en el otro extremo a una válvula con ley de cierre en forma tabular. En este caso, se requiere hacer un ajuste en las velocidades de propagación de la onda de presión en cada tubería, para a partir de un intervalo discreto de tiempo común, obtener el número de tramos en que se discretiza cada tubería. Esto es un condicionante de uso del método de las características para obtener resultados coherentes. Se ha incorporado esta funcionalidad a la librería por medio de un par de funciones, las cuales se utilizan en la definición de los parámetros de la tubería, para no interferir con el modelo de dicho elemento. En este caso, no se han obtenido los resultados de la referencia. En particular, para los datos del problema original, la solución diverge. Modificando el diámetro de una de las tuberías ligeramente, se consigue una solución con un comportamiento cualitativo semejante a la referencia. No se ha identificado el motivo del fallo en el modelado. Como posibilidades de fallo, se plantea el hecho de imponer el estado estacionario previo al análisis transitorio (lo cual desviaría al sistema de su posición de equilibrio original), o el hecho de que la hipótesis híbrida planteada para el modelado de la tubería introduzca una inestabilidad en el análisis debido al desvío en la evolución temporal de las variables objeto de estudio.

Debido a los problemas encontrados en el segundo ejemplo de estudio, se ha optado por no llevar más allá el desarrollo de la librería, al no haber identificado la causa del problema, con lo cual no se ha podido buscar una solución.

Sin embargo, se ha llevado a cabo un tercer ejemplo, en base al primer ejemplo sencillo, donde se ha hecho un estudio de sensibilidad de varios parámetros relevantes del problema. Con esto, se ha perseguido alcanzar una mayor comprensión en el modelo físico considerado.

Finalmente, se ha documentado la librería convenientemente, para facilitar su uso a terceros usuarios, así como para mantener un nivel de abstracción tal que permita su desarrollo posterior.

87

Como conclusión global, se ha desarrollado una librería de modelado, lo cual ha permitido profundizar en el estudio del problema objeto de análisis. A través de los ejemplos seleccionados para su validación, se han encontrado dificultades asociadas a alguna de las hipótesis consideradas, las cuales deberían analizarse en detalle, para mejorar la librería y permitir su desarrollo posterior. Estas hipótesis son por un lado el diseño de un elemento tubería híbrido, y por otro la imposición del estacionario previo al transitorio.

### 6.3. Trabajos futuros

En esta Sección se plantean posibles líneas de desarrollo a la librería de modelado presentada.

Como primera tarea pendiente se presenta la solución de los problemas detectados en la simulación con la librería para el segundo caso planteado en su validación. Como se ha indicado en la Sección 6.1, han de evaluarse en particular dos hipótesis de diseño tenidas en cuenta: la imposición del estacionario previo al transitorio, y el diseño híbrido del elemento tubería.

Conviene comenzar en el orden mencionado, ya que reenfocar el diseño del elemento tubería, y por ende de toda la librería, supondría enfocar el modelado de una manera tradicional del método de las características, por medio de algoritmos puros para todos los elementos. Asociado a esto va implícito el hecho de que por cómo Modelica trata los algoritmos, en los cuales las variables tienen que estar despejadas en sus asignaciones; y teniendo en cuenta cómo se tratan las condiciones de contorno en el método de las características, donde se realizan sustituciones en los extremos para tener asignaciones con información implícita del tipo de condición de contorno, implicaría plantear una librería menos flexible desde un punto de vista físico de cara al usuario, por ejemplo, definiendo distintos modelos de tubería en función de las condiciones de contorno en sus extremos, y no teniendo separados los elementos en la misma. Se podría plantear también desarrollar un método semi-implícito que permita solventar las dificultades planteadas en el desarrollo de un modelo de estructura regular.

En el caso de que se pudiera proseguir con el enfoque planteado, las posibilidades de desarrollo son variadas. Antes de plantearse relajar algunas de las simplificaciones impuestas en el modelado matemático, o buscar ampliar el tipo de problemas a resolver, se plantearía:

 Introducir otros elementos a la librería, como turbomáquinas o puntos de entrega de caudal. También incluir elementos de amortiguación o eliminación de los efectos del transitorio, como cámaras de vacío o válvulas especiales (esto último es inmediato modificando la ley de cierre de la válvula. Habitualmente, se busca alargar el transitorio en el tiempo, tal como se ha observado en el estudio de sensibilidad realizado).

Asociado a las hipótesis de modelado tomadas:

- Permitir que dentro de la librería se calcule el estacionario previo al transitorio.
- Incorporar los términos convectivos al modelo de la tubería, seleccionable por medio de una variable lógica. (Casos en que la velocidad del fluido es del orden de la velocidad de propagación de la onda de presión).
- Incorporar la obtención de Aw a partir de parámetros asociados a la tubería, sus apoyos y el fluido.
- Considerar otros modelos de fricción en la pared.
- Considerar modelo para pérdidas.

#### Otras posibilidades:

- Identificar cuando se da cavitación e incluir un modelo físico.
- Tener en cuenta la posibilidad de realizar no solo análisis de transitorios, sino también abarcar el diseño de redes. Es decir, en base a unos objetivos a alcanzar (una determinada sobrepresión máxima, por ejemplo), definir los parámetros de los elementos (características geométricas de la tubería, tiempos de cierre de las válvulas). La dificultad principal asociada a esta línea es desarrollar una estrategia de selección del intervalo de tiempo de cálculo, ya que es pr
- Plantear un modelo 2D para la corriente fluida para permitir el análisis de régimen turbulento.

WATERHAMMER\_MOC: una librería en Modelica

## Bibliografía

- Afshar, M., & Rohani, M. (2008). Water hammer simulation by implicit method of characteristic. *International Journal of Pressure Vessels and Piping, 85*, 851-859.
- Belut, S., & Tummescheit, H. (2011). Implementation of a transmission line model for fast simulation of fluid flow dynamics. *Proceedings 8th Modelica Conference*, (págs. 446-453). Dresden, Germany.
- Boulos, P. F., Karney, B. W., Wood, D. J., & Lingireddy, S. (2005). Hydraulic Transient Guidelines for Protecting Water Distribution Systems. *American Water Works Association, 97, 5*, 111-124.
- Casella, F., Otter, M., Proelss, K., Richter, C., & Tummerscheit, H. (2006). The Modelica Fuid and Media library for modeling of incompressible and compressible thermofluid pipe networks., (págs. 631-640). Vienna, Austria.
- Chaudry, M. H. (1979). Applied Hydraulic Transients. Van Nostrand Reinhold Company.
- Ferràs, D., Manso, P. A., Schleiss, A. J., & Covas, D. I. (2016). Experimental distinction of damping mechanisms during hydraulic transients in pipe flow. *Journal of Fluids* and Structures, 66, 426-446.
- Fitzgerald, R., & Van Blaricum, V. L. (1998). Water Hammer and Mass Oscillation (WHAMO) 3.0 User's Manual. US Army Corps of Engineers. Construction Engineering Research Laboratories.
- Guidaoui, M. S., Zhao, M., McInnis, D. A., & Axworthy, D. H. (2005). A Review of Water Hammer Theory and Practice. *Transactions of the ASME, Vol. 58*.
- Iglesias Rey, P. L., Fuertes Miquel, V. S., & Izquierdo Sebastián, J. (2017). *Modelo ARhIETE. Análisis de transitorios hidráulicos en sistemas complejos mediante modelo elástico.* Obtenido de https://www.researchgate.net.
- Izquierdo, J., Pérez, R., & Iglesias, P. (2004). Mathematical Models and Methods in the Water Industry. *Mathematical and Computer Modelling, 39*, 1353-1374.

- Kochupillai, J., Ganesan, N., & Padmanabhan, C. (2005). A new finite element formulation based on the velocity of flow for water hammer problems. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, *82*, 1-14.
- Larock, B. E., Jeppson, R. W., & Watters, G. Z. (2000). *Hydraulics of Pipeline Systems*. CRC Press.
- Lema, M., López Peña, F., Buchlin, J.-M., Rambaud, P., & Steelant, J. (2016). Analysis of fluid hammer occurrence with phase change and column separation due to fast valve opening by means of flow visualization. *Experimental Thermal and Fluid Science 79, Elsevier*, 143-153.
- Lindblom, A. (2015). *Modelling of Dynamic Pressure Conditions in District Heating Systems.* Gothenburg, Sweden: Master's thesis in Sustainable Energy Systems. Chalmers University of Technology.
- Magnúsdóttir, A., & Winkler, D. (2017). Modelling of a Hydro Power Station in an Island
  Operation. *Proceedings of the 12th International Modelica Conference*, (págs. 483-492). Prague, Czech Republic.
- Marcinkiewicz, J., Adamowski, A., & Lewandowski, M. (2008). Experimental evaluation of ability of Relap5, Drako<sup>®</sup>,Flowmaster2<sup>™</sup> and program using unsteady wall friction model to calculate water hammer loadings on pipelines. *Nucelar Engineering and Design, 238*, 2084-2093.
- Modelica Association. (2007). Modelica A Unified Object-Oriented Language for Physical Systems Modeling. Language Specification Version 3.0.
- Provenzano, P., Baroni, F., & Agerre, R. (2011). The closing function in the waterhammer modeling. *Latin American Applied Research*, *41*, 43-47.
- Ramos, H., Covas, D., Borga, A., & Loureiro, D. (2004). Surge damping analysis in pipe systems: modelling and experiments. *Journal of Hydraulic Research*, 42, 4, 413-425.

- Rémond, X., Gengler, T., & Chapius, C. (2015). Simulation of Piping 3D Designs Powered by Modelica. *Proceedings of the 11th International Modelica Conference*, (págs. 517-526). Versailles, France.
- Rohani, M., & Afshar, M. (2010). Simulation of transient flow caused by pump failure: Point-Implicit Method of Characteristics. *Annals of Nuclear Energy*, 37, 1742-1750.
- Sepehran, M., & Badri Noudeh, M. A. (2012). Water Hammer Simulation by Implicit Finite Difference Scheme Using Non-Symetrical Staggered Grid. En *Recent Advances in Fluid Mechanics, Heat&Mass Transfer and Biology* (págs. 47-52). WSEAS.
- Shamloo, H., & Mousavifard, M. (2015). Numerical Simulation of Turbulent Pipe Flow for Water Hammer. *Journal of Fluids Engineering, 137*, 111203(1-10).
- Sirvole, K. (2007). Transient Analysis in Pipe Networks. MSC in Civil Engineering Thesis. Virginia, USA.
- Szymkiewicz, R., & Mitosek, M. (2007). Numerial aspects of improvement of the unsteady pipe flow equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 55, 1039-1058.
- Triki, A. (2016). Water-hammer control in pressurized pipe-flow using an in-line polymeric short-section. *Acta Mech*, *227*, 777-793.
- Urquía, A., & Martín, C. (s.f.). Modelado orientado a objetos y simulación de sistemas físicos. Dpto. Informática y Automática. ETS Ingeniería Informática. UNED. España.
- Viel, A. (2011). Strong Coupling of Modelica System-Level Models with Detailed CFD Models for Transient Simulation of Hydraulic Components in ther Surrounding Environment. *Proceedings 8th Modelica Conference*, (págs. 256-265). Dresden, Germany.

- Wood, D. J., Lingireddy, S., Boulos, P. F., Karney, B. W., & McPherson, D. L. (2005).
   Numerical methods for modeling transient flow in distribution systems.
   American Water Works Association, 97, 104-115.
- Wood, F. (1970). *History of water hammer.* Queen's University at Kingston, Ontario. Department of Civil Engineering.

Wylie, E., & Streeter, V. L. (1978). Fluid Transients. McGraw-Hill.

## Nomenclatura

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADES
A	Área de la sección transversal "de la tubería"	m²
a, Aw	Velocidad de la onda de presión	m/s
A <sub>G</sub>	Área de paso de la válvula en posición abierta	m²
В	a/(gA)	s/m
c1	Función del tipo de apoyo de la tubería	adimensional
Cd	Coeficiente de descarga	adimensional
C <sub>P</sub> , C <sub>M</sub>	Parámetros asociados al MOC	m
D	Diámetro de la tubería	m
E	Módulo de Young del material de la tubería	Ра
е	Espesor de la tubería	m
E <sub>m</sub>	Parámetro asociado a la ley de cierre de la válvula	adimensional
f	Factor de fricción	adimensional
g	Aceleración de la gravedad	m/s²
Н	Altura piezométrica	m
К	Módulo de compresibilidad del fluido	Ра
L, Δx	Longitud de la tubería	m
Ν	Número de tramos de discretización de la tubería	adimensional
n	Velocidad de trabajo de la turbomáquina	rpm
р	Presión	N/m <sup>2</sup>
Q	Caudal volumétrico	m³/s
t	Tiempo	S
t <sub>c</sub>	Tiempo de cierre de la válvula	S
u	Velocidad de la pared de la tubería	m/s
v	Velocidad del fluido	m/s
V	Velocidad promediada en la sección	m/s
x	Coordenada longitudinal	m
Z	Elevación del eje de la tubería respecto a una	m
	referencia	
α	Ángulo de inclinación de la tubería	rad
----------------	---	-------------------------------------
γ	ρg. Variable auxiliar	Kg/(m <sup>2</sup> s <sup>2</sup> )
ζ	Medida de la cantidad de interpolación θa	adimensional
θ	Ratio del tamaño de malla $\Delta t/\Delta x$	s/m
λ	Multiplicador	-
μ	Segundo coeficiente de Lamé	Ра
ρ	Densidad	Kg/m <sup>3</sup>
τ	Parámetro de apertura de válvula	adimensional
τ <sub>c</sub>	Esfuerzo cortante de fricción (en la pared)	N/m <sup>2</sup>
Ψ	Margen de variación de a en el ajuste de N, a para un	adimensional
	dt dado	

# Anexo A

# waterhammer\_MOC

#### Information

Modelica library to model waterhammer transit analysis in pipelines with the Method Of Characteristics

Initial version. Simplifications described in components.

#### Package Content

Name	Description
components	Components available
functions	Functions available
<u>examples</u>	Examples of use

# waterhammer\_MOC.components

#### Components available

#### Information

Components available in the library

# Package Content

Name	Description
• <u>fluid</u>	
— <u>pipe</u>	

<sup>■</sup> tank	
• <u>valve</u>	
• <u>tabular_valve</u>	

# waterhammer\_MOC.components.fluid

# Information

Connector with variables H (piezometric head) and Q (flow rate)

#### Contents

Туре	Name	Description
<u>Height</u>	Н	fluid piezometric head [m]
flow VolumeFlowRate	Q	fluid flow [m3/s]

#### Modelica definition

connector fluid Modelica.SIunits.Height H "fluid piezometric head"; flow Modelica.SIunits.VolumeFlowRate Q "fluid flow"; end fluid;

# waterhammer\_MOC.components.pipe

# 

# Information

This element models a single pipe. It assumes:

- horizontal pipe

- convective acceleration terms disregarded (fluid velocity <<< pressure wave propagation velocity)

- minor losses disregarded
- Darcy-Weisbach friction formula
- initial state given (Qo)

MOC approach consists in N reaches discretization of the pipe. This model includes continuous interpolation at the boundaries to connect to other elements with continuos evolution approach.

#### Parameters

Туре	Name	Default	Description
Integer	n		number of reaches
<u>Velocity</u>	Aw		[m/s]
Length	XL		length [m]
<u>Diameter</u>	D		diameter [m]
Real	F		friction coefficient
Time	dt		discrete time increment [s]
VolumeFlowRate	Q0		initial flow input data [m3/s]
Area	A	Modelica.Constants.pi*D^2/4	lateral area [m2]
Length	incrX	XL/(n)	reach length [m]
Real	R	F*incrX/(2*G*D*A^2)	friction term
Real	В	Aw/(G*A)	MOC ecuations parameter

Real	ichi	dt*Aw/incrX	inner	interpolation	coeff
			min0,	max1	

#### Connectors

Туре	Name	Description
<u>fluid</u>	fluid1	
<u>fluid</u>	fluid2	

#### Modelica definition

model pipe

fluid fluid1;

fluid fluid2;

parameter Integer n( min=1) "number of reaches";

parameter Modelica.SIunits.Velocity Aw; //wavespeed

constant Modelica.SIunits.Acceleration G=9.806 "gravity accel";

parameter Modelica.SIunits.Length XL "length";

parameter Modelica.SIunits.Diameter D "diameter";

parameter Real F "friction coefficient";

parameter Modelica.SIunits.Time dt "discrete time increment";

parameter Modelica.SIunits.VolumeFlowRate Q0 "initial flow input data";

//from previous parameters

parameter Modelica.SIunits.Area A=Modelica.Constants.pi\*D^2/4
"lateral area";

parameter Modelica.SIunits.Length incrX=XL/(n) "reach length";

parameter Real R=F\*incrX/(2\*G\*D\*A^2) "friction term";

parameter Real B=Aw/(G\*A) "MOC ecuations parameter";

discrete Real CP,CM "characteristics ecuations coefficients";

discrete Modelica.SIunits.Height H[n+1] "reach head array";

discrete Modelica.SIunits.VolumeFlowRate Q[n+1] "reach flow array";

Modelica.SIunits.Height HS1 "continuous head value at boundary 1";

Modelica.SIunits.VolumeFlowRate QS1 "continuous flow at boundary 1";

Modelica.SIunits.Height HRn "continuous head value at boundary n+1";

 $\underline{Modelica.SIunits.VolumeFlowRate}$  QRn "continuous flow value at boundary n+1";

```
Real chi "continuous time interpolation coefficient";
Modelica.SIunits.Time time_sample "interpolation discrete time";
```

```
discrete Real HiS,QiS,HiR,QiR "innner interpolation variables";
    parameter Real ichi=dt*Aw/incrX "inner interpolation coeff min0,
    max1";
```

```
algorithm
  when sample(0, dt) then
    //time_sample
    time sample:=time;
    //inner points
    for i in 2:n loop
    HiS:=pre(H[i]) - ichi*(pre(H[i]) - pre(H[i + 1]));
    QiS:=pre(Q[i]) - ichi*(pre(Q[i]) - pre(Q[i + 1]));
    HiR:=pre(H[i]) - ichi*(pre(H[i]) - pre(H[i - 1]));
    QiR:=pre(Q[i]) - ichi*(pre(Q[i]) - pre(Q[i - 1]));
    CP:=HiR + QiR*(B - R*abs(QiR));
    CM:=HiS - QiS*(B - R*abs(QiS));
    H[i] := 0.5 * (CP + CM);
    Q[i] := (H[i] - CM) / B;
    end for;
        //boundary updates
    H[1]:=fluid1.H;
    Q[1]:=-fluid1.Q;
    H[n+1]:=fluid2.H;
    Q[n+1]:=fluid2.Q;
  end when;
   when initial() then
     for i in 1:n+1 loop
     H[i]:=fluid1.H - (i - 1)*R*Q0^2;
```

```
Q[i]:=Q0;
end for;
QiS:=Q0;
QiR:=Q0;
time_sample:=0;
end when;
```

equation

//continuous time interpolation
... (Note: Hidden code, consult to UNED for availability)
end pipe;

#### waterhammer\_MOC.components.tank

.

# Information

This element models a constant piezometric head tank (continuous equation).

#### Parameters

Туре	Name	Default	Description
<u>Height</u>	HR		piezometric head [m]

Connectors

Туре	Name	Description
<u>fluid</u>	fluid1	

Modelica definition

model tank

//fluid f;

parameter Modelica.SIunits.Height HR "piezometric head";

```
fluid fluid1;
equation
fluid1.H=HR;
```

end tank;

#### waterhammer\_MOC.components.valve

H

# Information

.

This element models a valve with predefined evolution formula (continuous equation).

tau=(1 - time/tc)^Em if (t<tc), else (0)</pre>

#### Parameters

Туре	Name	Default	Description
<u>Time</u>	tc		valve closure time [s]
Real	Em		valve opening exponent
Real	CDA		valve opening CdA coeff at time 0

#### Connectors

Туре	Name	Description
<u>fluid</u>	fluid1	

#### Modelica definition

```
model valve
//fluid f;
   fluid fluid1;
   parameter Modelica.SIunits.Time tc "valve closure time";
   parameter Real Em "valve opening exponent";
   constant Modelica.SIunits.Acceleration G=9.806 "gravity accel";
```

```
parameter Real CDA "valve opening CdA coeff at time 0";
Real tau;
equation
if time<tc then
    tau=(1 - time/tc)^Em;
    else
      tau=0;
end if;
fluid1.Q=-CDA*tau*sqrt(2*G*abs(fluid1.H));
end valve;
```

waterhammer\_MOC.components.tabular\_valve

N

# Information

х.

This element models a valve with tabular evolution formula (continuous equation).

#### Parameters

Туре	Name	Default	Description
Real	dtt[:]		tabular tau times
Real	tab_tau[:]		tabular tau
Real	CDA		valve opening CdA coeff at time 0

#### Connectors

Туре	Name	Description
<u>fluid</u>	fluid1	

#### Modelica definition

```
model tabular_valve
```

fluid fluid1;

```
parameter Real dtt[:] "tabular tau times";
parameter Real tab_tau[:] "tabular tau";
parameter Real CDA "valve opening CdA coeff at time 0";
constant Modelica.SIunits.Acceleration G=9.806 "gravity accel";
Real tau;
```

#### equation

```
tau = waterhammer_MOC.functions.linearInterpolation(
    x=time,
    tableX=dtt,
    tableY=tab_tau);
fluid1.Q=-CDA*tau*sqrt(2*G*abs(fluid1.H));
```

```
end tabular_valve;
```

#### waterhammer\_MOC.functions

#### **Functions available**

#### Information

#### Set of functions available

#### Package Content

Name	Description		
wavespeed_adjustment_n	gets integer number of reaches in multipipe configurations to match dt		
wavespeed adjustment a	adjusts pressure propagation wavespeed in multipipe configurations to match dt		

#### waterhammer\_MOC.functions.wavespeed\_adjustment\_n

#### gets integer number of reaches in multipipe configurations to match dt

#### Information

Function available to get integer number of reaches (N) to match predefined dt in multiple pipe configurations, by adjusting wavespeed (a) (in MOC a common dt must be used for all pipes in order to get satisfactory results).

#### Inputs

Туре	Name	Default	Description
Real	а		original wavespeed
Real	dt		discrete time interval
Real	xL		pipe longitude
Real	psi		variability

#### Outputs

Туре	Name	Description
Integer	n	number of reaches

#### Modelica definition

```
function wavespeed_adjustment_n "gets integer number of reaches in
multipipe configurations to match dt"
```

input Real a "original wavespeed"; input Real dt "discrete time interval"; input Real xL "pipe longitude"; input Real psi "variability"; output Integer n "number of reaches"; //output

```
protected
```

```
Integer n1;
    Integer n2;
    Real xN;
    Real aout "modified wavespeed";
algorithm
    n1:=integer(xL/((1+psi)*a*dt));
    n2:=integer(xL/((1-psi)*a*dt));
    if n1==n2 then
       n:=n1;
       aout:=a;
    end if;
    xN:=xL/(a*dt);
    n2:=integer(xN);
    if
      (xN-n2) > 0.5 then
      n2:=n2+1;
    end if;
    assert ( n2 > 0,
    "Error: dt must be decreased to accomodate pipe");
    n:=n2;
    aout:=xL/(n*dt);
end wavespeed_adjustment_n;
```

waterhammer\_MOC.functions.wavespeed\_adjustment\_a

adjusts pressure propagation wavespeed in multipipe configurations to match dt

#### Information

Function available to get integer number of reaches (N) to match predefined dt in multiple pipe configurations, by adjusting wavespeed (a) (in MOC a common dt must be used for all pipes in order to get satisfactory results).

#### Inputs

Туре	Name	Default	Description
Real	а		original wavespeed
Real	dt		discrete time interval
Real	xL		pipe longitude
Real	psi		variability

#### Outputs

Туре	Name	Description
Real	aout	modified wavespeed

#### Modelica definition

function wavespeed\_adjustment\_a "adjusts pressure propagation wavespeed
in multipipe configurations to match dt"

```
input Real a "original wavespeed";
input Real dt "discrete time interval";
input Real xL "pipe longitude";
input Real psi "variability";
output Real aout "modified wavespeed";
```

protected

```
Integer n1;
Integer n2;
Real xN;
Integer n "number of reaches";
algorithm
n1:=integer(xL/((1+psi)*a*dt));
```

```
n2:=integer(xL/((1-psi)*a*dt));
```

if n1 == n2 then

n:=n1;

aout:=a;

```
end if;
xN:=xL/(a*dt);
n2:=integer(xN);
if
  (xN-n2)>0.5 then
  n2:=n2+1;
end if;
assert( n2 > 0,
"Error: dt must be decreased to accomodate pipe");
n:=n2;
aout:=xL/(n*dt);
end wavespeed_adjustment_a;
```

# waterhammer\_MOC.functions.linearInterpolation

# tabular data interpolation

#### Information

Function available to interpolate within tabular\_valve data

#### Inputs

Туре	Name	Default	Description
Real	x		Independent variable
Real	tableX[:]		Independent variable array
Real	tableY[:]		Dependent variable array

#### Outputs

Туре	Name	Description
Real	У	Interpolated result

#### Modelica definition

function linearInterpolation "tabular data interpolation"

```
input Real x "Independent variable";
  input Real tableX[:] "Independent variable array";
  input Real tableY[:] "Dependent variable array";
  output Real y "Interpolated result";
protected
    Integer n;
    Real slope;
algorithm
    n := size(tableX,1);
   assert( size(tableX,1) == size(tableY,1),
    "Error: tableX y tableY number of elements must match");
   assert( x >= tableX[1] and x <= tableX[n],</pre>
    "Error: independent variable out of range");
  for i in 1:n-1 loop
    if x \ge tableX[i] and x \le tableX[i+1] then
      slope := ( tableY[i+1] - tableY[i]) / ( tableX[i+1] -
tableX[i]);
      y := tableY[i] + slope * ( x - tableX[i]);
    end if;
  end for;
end linearInterpolation;
waterhammer MOC.examples
```

#### Examples of use

#### Information

#### Examples of use of the library

#### Package Content

Name	Description				
example0	Fluid tra approac	nsients: Wiley& h	Streeter Example 3.1	.Fortran total d	iscrete
example1	Fluid waterha	transients: mmer_MOC libi	Wiley&Streeter ary approach	Example	3.1.

example2	Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.4.
example3	Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Parameter variation analysis

# waterhammer\_MOC.examples.example0

# Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Fortran total discrete approach

## Information

"Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Fortran total discrete approach"

This example0 is available to compare example1, which is modeled with the library components.

#### Parameters

Туре	Name	Default	Description
Real	Aw	1200.	wavespeed
Real	EM	1.5	valve opening exponent
Real	XL	600.	pipe length
Real	HR	150.	piezometric head
Real	ТМАХ	5	tmax
Real	D	0.5	pipe diameter
Real	CDA	0.009	valve opening CdA coef at time 0
Integer	N	5	number of reaches
Real	F	0.018	friciton factor

Real	тс	2.1	valve closure time
Integer	NS	N + 1	n reaches + 1 node
Real	incrX	XL/(N)	reach length
Real	A	Modelica.Constants.pi*D^2/4	pipe area
Real	R	F*incrX/(2*G*D*A^2)	friction term
Real	В	Aw/(G*A)	MOC ecuations parameter
Real	DT	XL/(Aw*(N))	discrete time increment input data

#### Modelica definition

```
model example0 "Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Fortran total
discrete approach"
```

```
//parameters
```

```
parameter Real Aw=1200. "wavespeed"; //m/s
  constant Real G=9.806 "acceleration of gravity"; //m/s^2
 parameter Real EM=1.5 "valve opening exponent";
  parameter Real XL=600. "pipe length"; //m
  parameter Real HR=150. "piezometric head";//m
  parameter Real TMAX=5 "tmax";//s
  parameter Real D=0.5 "pipe diameter";//m
 parameter Real CDA=0.009 "valve opening CdA coef at time 0";
  parameter Integer N=5 "number of reaches";
  parameter Real F=0.018 "friciton factor";
 parameter Real TC=2.1 "valve closure time";//s
11
 parameter Integer NS=N+1 "n reaches + 1 node";
 parameter Real incrX=XL/(N) "reach length";
  parameter Real A=Modelica.Constants.pi*D^2/4 "pipe area";
  parameter Real R=F*incrX/(2*G*D*A^2)
    "friction term";
  parameter Real B=Aw/(G*A) "MOC ecuations parameter";
 parameter Real DT=XL/(Aw*(N)) "discrete time increment input data";
11
   //variables
  Real Q0 "initial flow";
 Real H[NS] "array H";
  Real Q[NS] "array Q";
  Real CVP "valve closure parameter CV=tau^2*CVP";
 Real CV;
  Real TAU "valve closure parameter";
  // //internal vars
  Real CP;
 Real CPdownstream;
 Real CM;
11
```

```
algorithm
  when initial() then //
      Q0:=sqrt((2*G*CDA^2*HR)/(R*(N)*2*G*CDA^2 + 1));
      TAU:=1;
      for i in 1:NS loop
      H[i]:=HR - (i - 1)*R*Q0^2;
      Q[i]:=Q0;
      end for;
        CVP:=0.5*Q0^2/H[NS];
  end when;
 when sample(0, DT) then
//interior points
      for i in 2:N loop
      CP:=pre(H[i - 1]) + pre(Q[i - 1])*(B - R*abs(pre((Q[i -
1]))));
      CM:=pre(H[i + 1]) - pre(Q[i + 1])*(B - R*abs(pre(Q[i + 1])));
      H[i]:=0.5*(CP + CM);
      Q[i] := (H[i] - CM) / B;
      end for;
  //BC at upstream
  H[1]:=HR;
   Q[1]:=pre(Q[2])
                     + 1/B*(H[1] - pre(H[2])
                                                              _
R*pre(Q[2]) *abs(pre(Q[2])));
  //BC at downstream
   if time<TC then
      TAU:=(1 - time/TC)^{EM};
      CV:=TAU^{2}CVP;
    else
      TAU:=0;
      CV:=0;
    end if;
```

```
CPdownstream:=pre(H[N]) + pre(Q[N])*(B - R*abs(pre(Q[N])));
Q[NS]:=-CV*B + sqrt(CV^2*B^2 + 2*CPdownstream*CV);
H[NS]:=CPdownstream - B*Q[NS];
end when;
when time>=TMAX then
terminate("tmax");
end when;
equation
end example0;
```

#### waterhammer\_MOC.examples.example1

Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1. waterhammer\_MOC library approach



#### Information

"Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.modeled with the library components"

It consists of a single horizontal pipe connected to the left with a constant piezometric head tank and to the right with a valve.

As the valve closes, a pressure peak occurs next to the valve.

#### Modelica definition

model example1 "Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.
waterhammer\_MOC library approach"

```
components.tank tank(HR=150);
components.valve valve(
  tc=2.1,
  Em=1.5,
  CDA=0.009);
  components.pipe pipe(
    n=5,
    Aw=1200,
    XL=600,
    D=0.5,
    F=0.018,
    dt=0.1,
    Q0=0.477);
equation
  connect(pipe.fluid2, valve.fluid1);
  connect(tank.fluid1, pipe.fluid1);
end example1;
```

#### waterhammer\_MOC.examples.example2



Information

"Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.4."

It consists of three horizontal pipes connected in series, to the left with a constant piezometric head tank and to the right with a valve.

Number of reaches and pressure propagation wavespeed are adjusted to match a predefined dt.

As the valve closes, a pressure peak occurs next to the valve.

# Parameters

Туре	Name	Default	Description
<u>Time</u>	dt	0.1	discrete time
			increment input
			data [s]
Real	psi	0.1	wavespeed
			adjustment
			margin
VolumeFlowRate	Q0	0.2	initial flow input
			data [m3/s]
<u>Height</u>	H0valve	100	initial head at
			end valve [m]
<u>Velocity</u>	Aw	1200.	wavespeed
			[m/s]
<u>Time</u>	TMAX	5	max simulation
			time [s]
Length	XL_1	351.	pipe length [m]
Velocity	Aw_1	waterhammer_MOC.functions.wa	wavespeed
			[m/s]
<u>Diameter</u>	D_1	0.3	pipe diameter
			[m]
Integer	n_1	waterhammer_MOC.functions.wa	number of pipe
			reaches
Real	F_1	0.019	friction factor
Length	XL_2	483.	pipe length [m]

<u>Velocity</u>	Aw_2	waterhammer_MOC.functions.wa	wavespeed [m/s]
<u>Diameter</u>	D_2	0.2	pipe diameter [m]
Integer	n_2	waterhammer_MOC.functions.wa	number of pipe reaches
Real	F_2	0.018	friction factor
Length	XL_3	115.	pipe length [m]
<u>Velocity</u>	Aw_3	waterhammer_MOC.functions.wa	wavespeed [m/s]
<u>Diameter</u>	D_3	0.13	pipe diameter [m]
Integer	n_3	waterhammer_MOC.functions.wa	number of pipe reaches
Real	F_3	0.018	friction factor
Real	CDA	0.2/sqrt(2*G*H0valve)	valve opening CdA coeff at time 0
Real	dtt[:]	{0.,0.6,1.2,1.8,100.}	tabular tau times
Real	tab_tau[:]	{1.,0.2,0.1,0.,0.}	tabular tau
Real	HR	H0valve + Q0^2*(F_1*XL_1/(2*	piezometric head

# Modelica definition

model example2 "Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.4."

```
//parameters
```

```
parameter Modelica.SIunits.Time dt=0.1 "discrete time increment input
data";
  parameter Real psi=0.1 "wavespeed adjustment margin";
  parameter Modelica.SIunits.VolumeFlowRate Q0=0.2 "initial flow input
data";
  parameter Modelica.SIunits.Height H0valve=100 "initial head at end
valve";
  parameter Modelica.SIunits.Velocity Aw=1200. "wavespeed";
  constant Modelica.SIunits.Acceleration G=9.806 "gravity accel";
  parameter Modelica.SIunits.Time TMAX=5 "max simulation time";
  //pipe1
  parameter Modelica.SIunits.Length XL 1=351. "pipe length";
                                                 Modelica.SIunits.Velocity
  parameter
Aw 1=waterhammer MOC.functions.wavespeed adjustment a (
    Aw,
    dt,
    XL 1,
    psi) "wavespeed";
 parameter Modelica.SIunits.Diameter D 1=0.3 "pipe diameter";
 parameter Integer n 1=waterhammer MOC.functions.wavespeed adjustment n (
    Aw,
    dt,
    XL 1,
    psi) "number of pipe reaches";
 parameter Real F 1=0.019 "friction factor";
  //pipe2
 parameter Modelica.SIunits.Length XL 2=483. "pipe length";
 parameter
                                                 Modelica.SIunits.Velocity
Aw 2=waterhammer MOC.functions.wavespeed adjustment a (
    Aw,
    dt,
    XL 2,
    psi) "wavespeed";
 parameter Modelica.SIunits.Diameter D 2=0.2 "pipe diameter";
 //parameter Integer n 2=4 "number of pipe reaches";
 parameter Integer n 2=waterhammer MOC.functions.wavespeed adjustment n (
    Aw,
    dt,
    XL 2,
    psi) "number of pipe reaches";
 parameter Real F 2=0.018 "friction factor";
  //pipe3
 parameter Modelica.SIunits.Length XL 3=115. "pipe length";
                                                 Modelica.SIunits.Velocity
 parameter
Aw 3=waterhammer MOC.functions.wavespeed adjustment a(
    Aw,
    dt,
    XL 3,
    psi) "wavespeed";
 parameter Modelica.SIunits.Diameter D_3=0.13 "pipe diameter";
 parameter Integer n 3=waterhammer MOC.functions.wavespeed adjustment n(
    Aw,
    dt,
    XL 3,
```

```
psi) "number of pipe reaches";
parameter Real F_3=0.018 "friction factor";
    //valve
    parameter Real CDA=0.2/sqrt(2*G*H0valve) "valve opening CdA coeff at
    time 0";
    parameter Real dtt[:]={0.,0.6,1.2,1.8,100.} "tabular tau times";
    parameter Real tab_tau[:]={1.,0.2,0.1,0.,0.} "tabular tau";
    //tank
    Parameter Real tab_tau[:]={1.,0.2,0.1,0.,0.} "tabular tau";
    Paramete
```

```
components.pipe pipe(
  n=n 1,
 Aw=Aw 1,
  XL=XL 1,
  D=D 1,
  F=F 1,
  dt=dt,
  Q0=Q0);
components.pipe pipe1(
 n=n 2,
  Aw=Aw 2,
  XL=XL 2,
  D=D 2,
  F=F 2,
  dt=dt,
  Q0=Q0);
components.pipe pipe2(
  n=n 3,
  Aw=Aw 3,
  XL=XL 3,
  D=D 3,
  F=F 3,
  dt=dt,
  Q0=Q0);
```

```
components.tank tank(HR=HR);
components.tabular_valve tabular_valve(
    CDA=CDA,
    dtt=dtt,
    tab_tau=tab_tau);
equation
    connect(pipe.fluid2, pipe1.fluid1);
    connect(pipe1.fluid2, pipe2.fluid1);
    connect(pipe.fluid1, tank.fluid1);
    connect(tabular_valve.fluid1, pipe2.fluid2);
end example2;
```

waterhammer\_MOC.examples.example3

#### Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Parameter variation analysis



#### Information

"Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.modeled with the library components"

It consists of a single horizontal pipe connected to the left with a constant piezometric head tank and to the right with a valve.

This example is used to show how the solution is affected by different parameters:

-number of reaches

-valve closure

-pipe aspect ratio

-pressure propagation wavespeed

#### Modelica definition

```
model example3 "Fluid transients: Wiley&Streeter Example 3.1.Parameter
variation analysis"
components.tank tank(HR=150);
components.valve valve(
  Em=1.5,
  CDA=0.009,
    tc=2.1);
  components.pipe pipe(
    XL=600,
    F=0.018,
    Q0=0.477,
    n=5,
    D=0.5,
    Aw=1000,
    dt=0.12);
equation
  connect(pipe.fluid2, valve.fluid1);
  connect(tank.fluid1, pipe.fluid1);
end example3;
```