

# **VII** Cursos de Formación para el Profesorado de Enseñanza Secundaria

## ***Simulaciones dinámicas interactivas: Un enfoque creativo para la enseñanza de las Ciencias en la ESO***

*Simulación para la enseñanza de la cinemática*

*Simulación de sistemas mecánicos*

*Sesión de prácticas*

**Carla Martín Villalba**

**Alfonso Urquía Moraleda**

Dpto. de Informática y Automática

E.T.S. de Ingeniería Informática, UNED

e-mail: {carla, aurquia}@dia.uned.es

*Ávila 11-15 de julio de 2005*

# Plan de trabajo para hoy

---

10 h

**Taller 1: Simulación para la  
enseñanza de la cinemática**

11:30 h

*Descanso*

12 h

**Taller 2: Simulación de sistemas mecánicos**

13:30 h

*Comida*

17 h

**Prácticas con los talleres 1 y 2**

18:30 h



**Taller 1:**

# **Simulación para la enseñanza de la cinemática**

# Contenido del Taller 1

---



## 1 Laboratorio del péndulo simple

1.1 Objetivo

1.2 Modelo matemático

1.3 Algoritmo de la simulación

1.4 Declaración e inicialización de las variables

1.5 Panel Evolución

1.6 Panel Ligaduras

1.7 Programación de la Vista

# Contenido del Taller 1

---



## 2 Laboratorio del tiro parabólico

2.1 Objetivo

2.2 Modelo matemático

2.3 Algoritmo de la simulación

2.4 Declaración e inicialización de las variables

2.5 Panel Evolución

2.6 Panel Ligaduras

2.7 Programación de la Vista

# 1.1 Objetivo

---

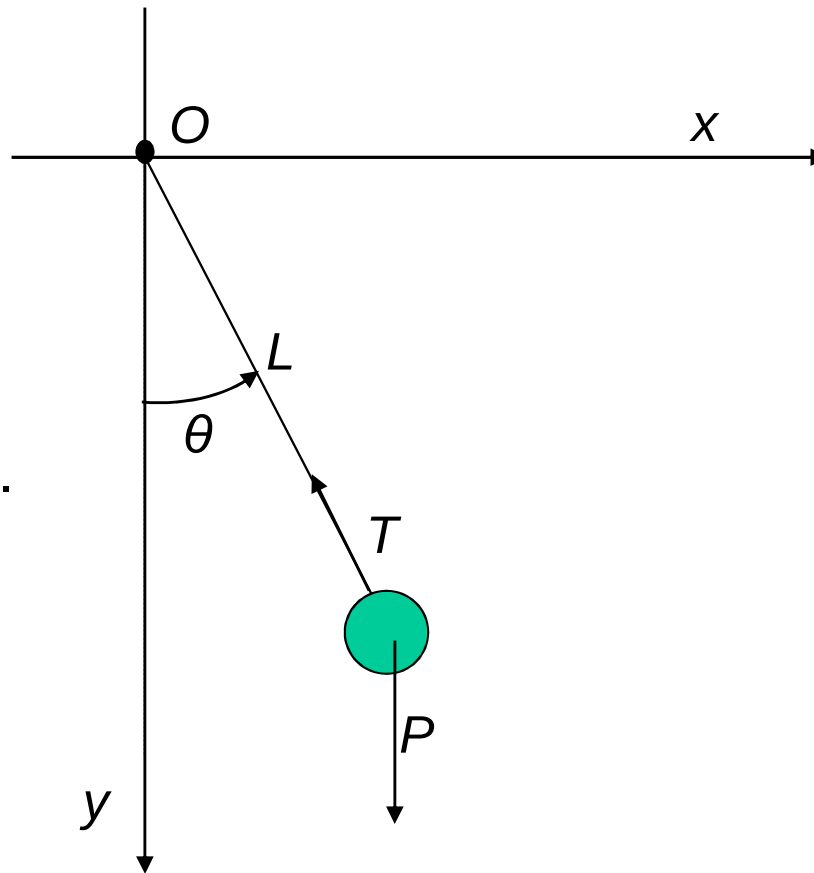
El objetivo final es modelar y programar un laboratorio interactivo del sistema péndulo simple:

$\theta$  : ángulo que forma la cuerda respecto a la vertical.

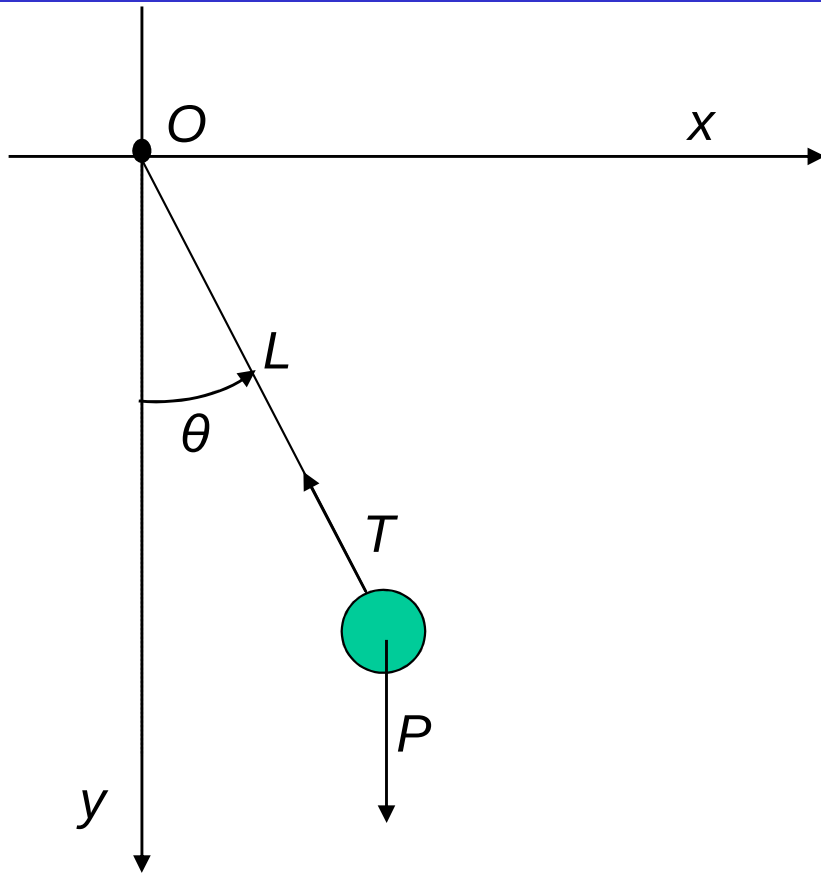
$L$ : longitud de la cuerda.

$T$ : Tensión

$P$ : peso del péndulo.



## 1.2 Modelo matemático (1/2)



Masa puntual.  
Cuerda de masa despreciable.

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgL \text{sen}(\theta) \xrightarrow{I = mL^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \text{sen}(\theta) \longrightarrow \begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \omega \\ \frac{d\omega}{dt} = -\frac{g}{L} \text{sen}(\theta) \end{cases}$$

# 1.2 Modelo matemático (2/2)

## Ecuaciones:

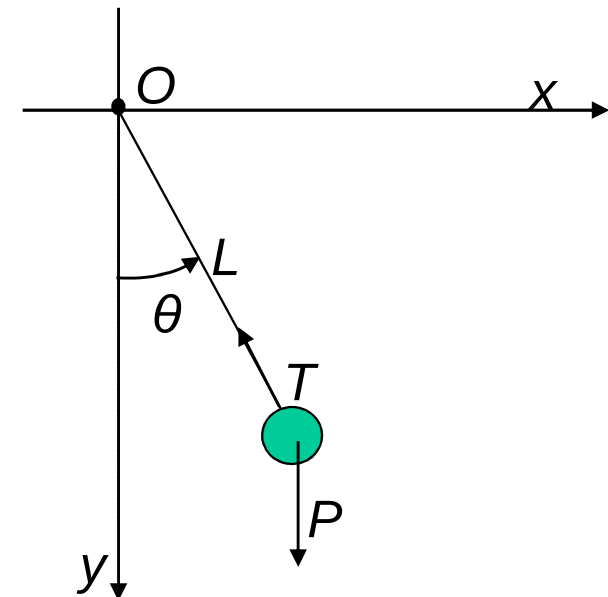
$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \omega \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{g}{L} \sin(\theta) \end{aligned} \right\} \text{Sistema de EDOs}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= L \sin(\theta) \\ y &= L \cos(\theta) \\ v_x &= L \omega \cos(\theta) \\ v_y &= L \omega \sin(\theta) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Ecnes. cálculo} \\ \text{posición y velocidad} \end{array}$$

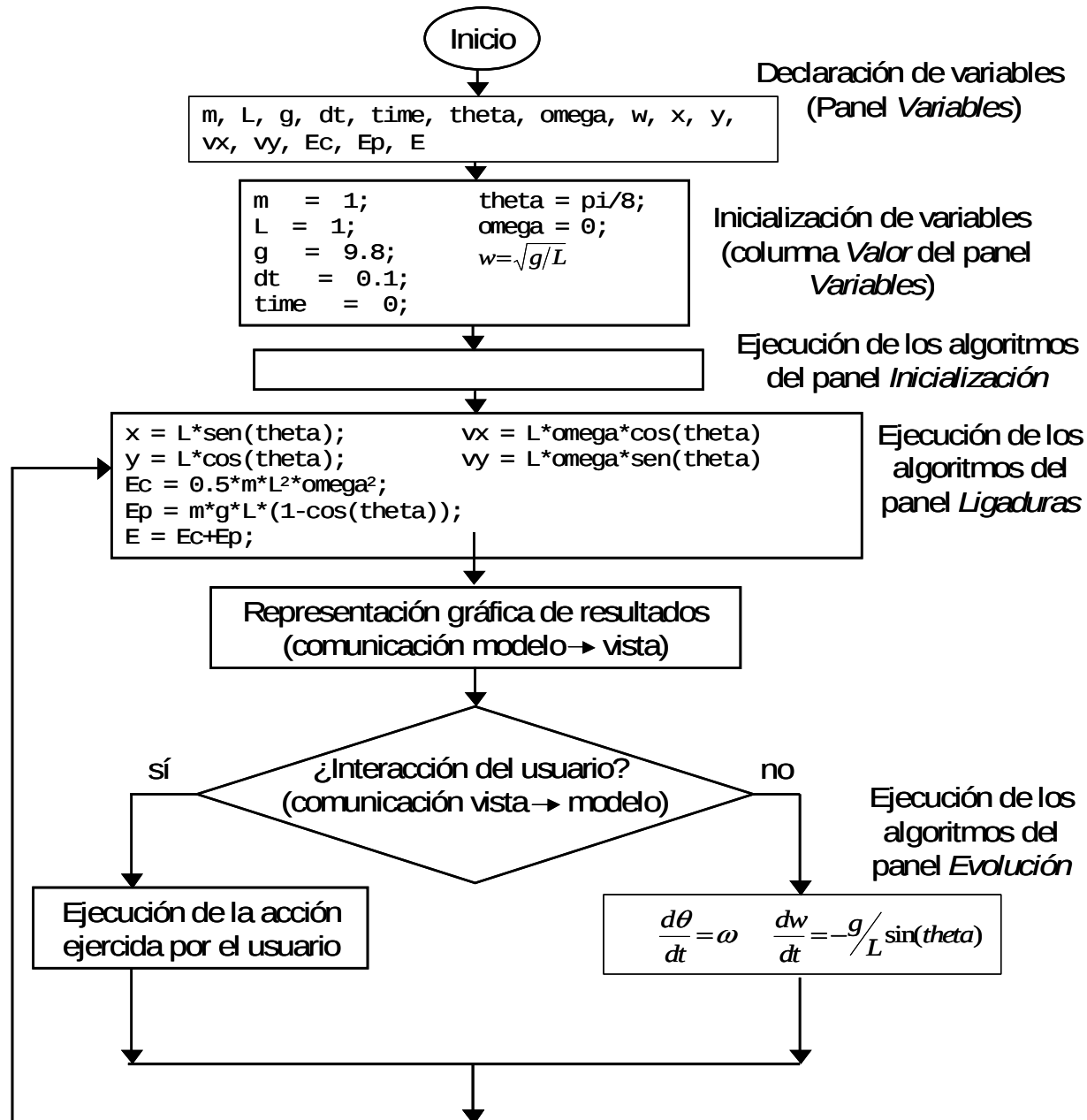
$$\left. \begin{aligned} E_p &= mgL(1 - \cos(\theta)) \\ E_c &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(L\omega)^2 \\ E &= E_c + E_p \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Ecnes. cálculo} \\ \text{energías} \end{array}$$

## Clasificación de las variables:

- **Parámetros**  
 $g, L, m, w$
- **Variables de estado:**  
 $\theta, \omega$
- **Variables algebraicas:**  
 $x, y, v_x, v_y, E, E_p, E_c$



# 1.3 Algoritmo de la simulación



# 1.4 Declaración e inicialización de las variables

Columna donde se introduce el valor inicial de la variable

Tipo de variable: boolean, double, int, String, Object

Variables empleadas en la definición de la Vista

Variables del modelo matemático

| Nombre | Valor           | Tipo   | Dimensión |
|--------|-----------------|--------|-----------|
| dt     | 0.1             | double |           |
| time   | 0               | double |           |
| theta  | Math.PI/8       | double |           |
| omega  | 0               | double |           |
| g      | 9.8             | double |           |
| L      | 1               | double |           |
| m      | 1               | double |           |
| w      | Math.sqrt(g/L); | double |           |
| x      |                 | double |           |
| y      |                 | double |           |
| vx     |                 | double |           |
| vy     |                 | double |           |
| Ec     |                 | double |           |
| Ep     |                 | double |           |
| E      |                 | double |           |

Comentario: Energía mecánica (J)

- **Parámetros:**  
 $g, L, m, w$
- **Variables de estado:**  
 $\theta, \omega$
- **Variables algebraicas:**  
 $x, y, v_x, v_y, E, E_p, E_c$

# 1.5 Panel Evolución

Sistema de ODEs:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{g}{L} \text{sen}(\theta)$$

Número de pasos de evolución que la simulación completa en 1 segundo

Si está seleccionado, la evolución se ejecuta automáticamente cuando se ejecuta el laboratorio

Variable independiente del sistema de ODEs

Paso del método de resolución de ODE

Easy Java Simulations - D:\EjsCurso\Simulations\CursoVerano05\PendoloSimple2.xml

○ Introducción ○ **Modelo** ○ Vista

○ Variables ○ Inicialización ○ **Evolución** ○ Ligaduras ○ Propio

Imágenes  
por segundo

Página Evolución

Var. Indep. time Incremento dt

| Estado                 | Derivada                         |
|------------------------|----------------------------------|
| $\frac{d\theta}{dt} =$ | omega                            |
| $\frac{d\omega}{dt} =$ | $-g/L * \text{Math.sin}(\theta)$ |

IPS 13

Método: Runge-Kutta (4º orden) Tolerancia Eventos 0

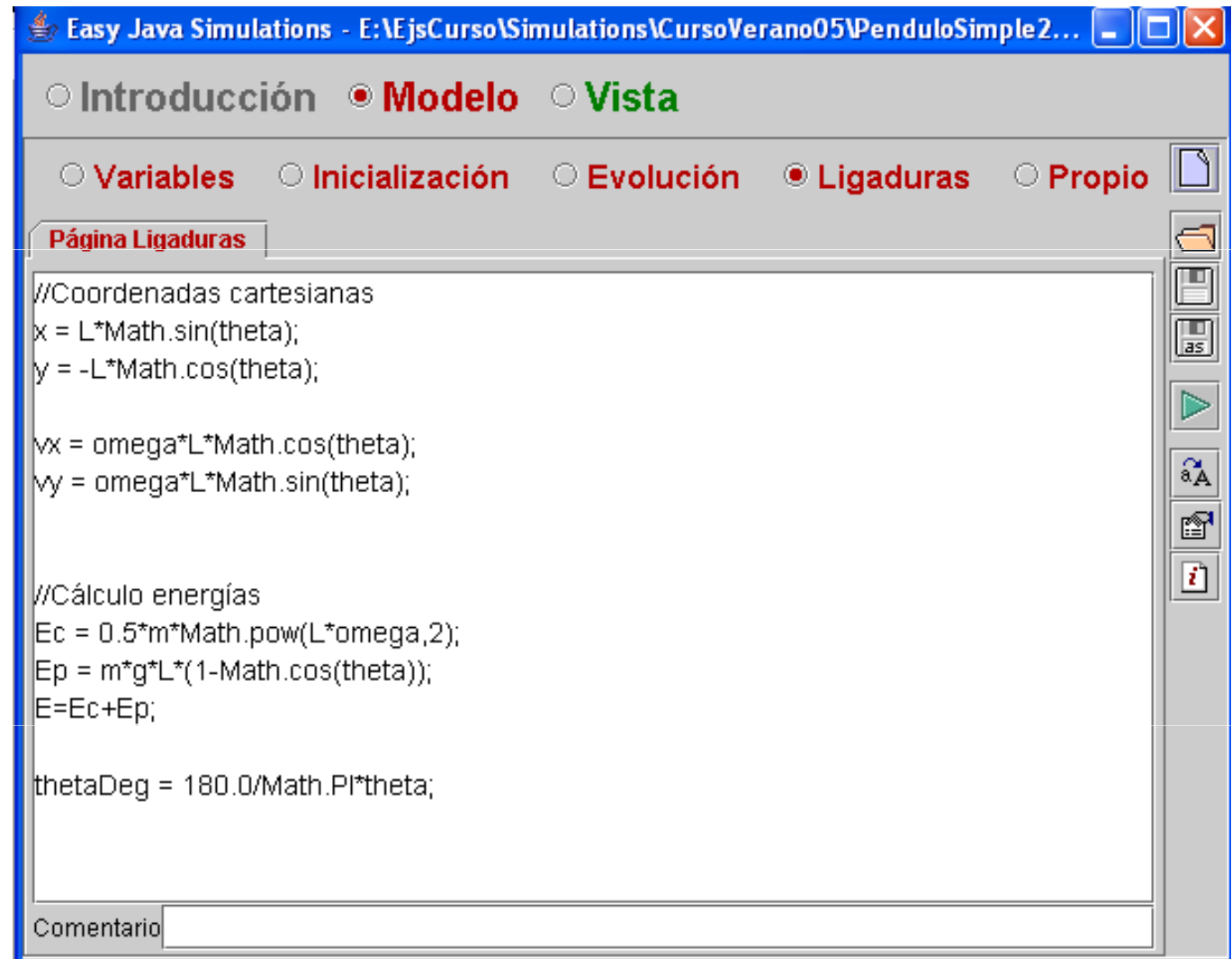
Comentario

Método de resolución de ODE

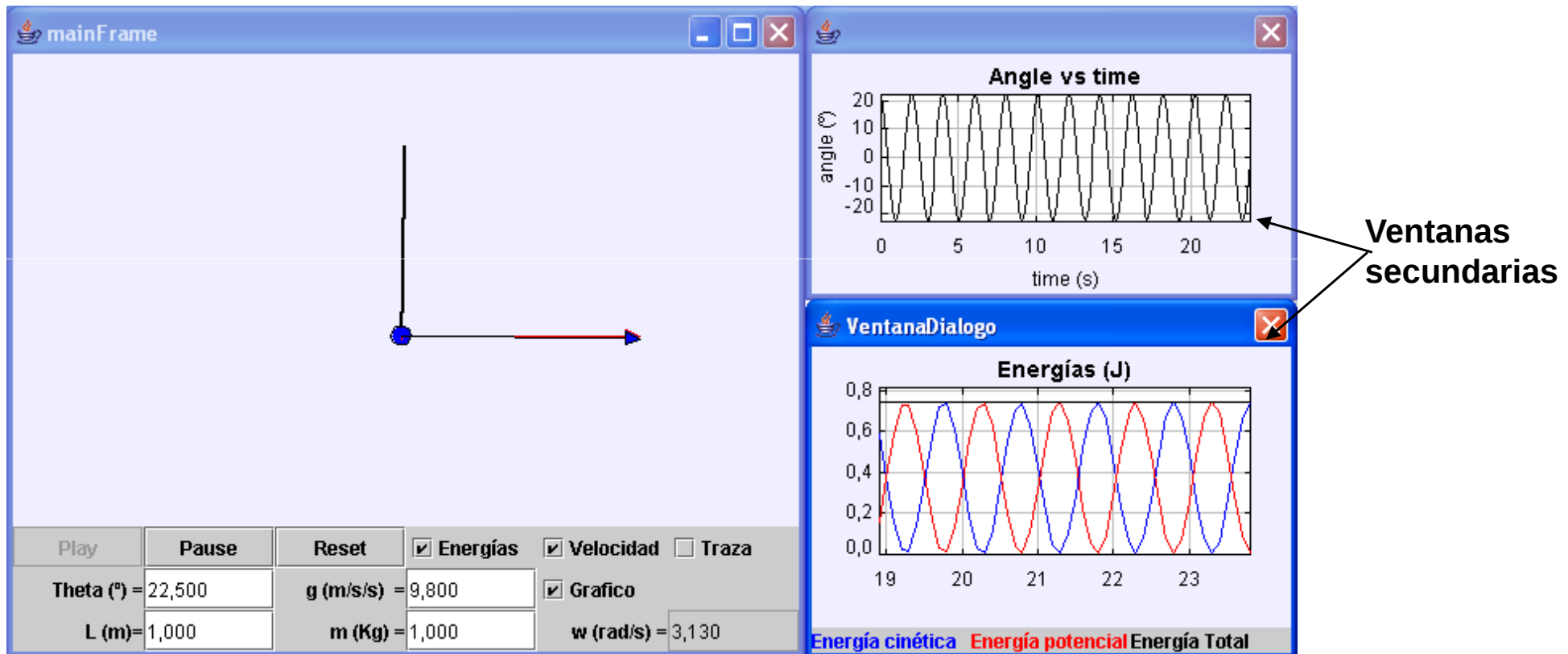
# 1.6 Panel Ligaduras

Cálculo variables  
algebraicas

$x, y, v_x, v_y, E_c, E_p, E$

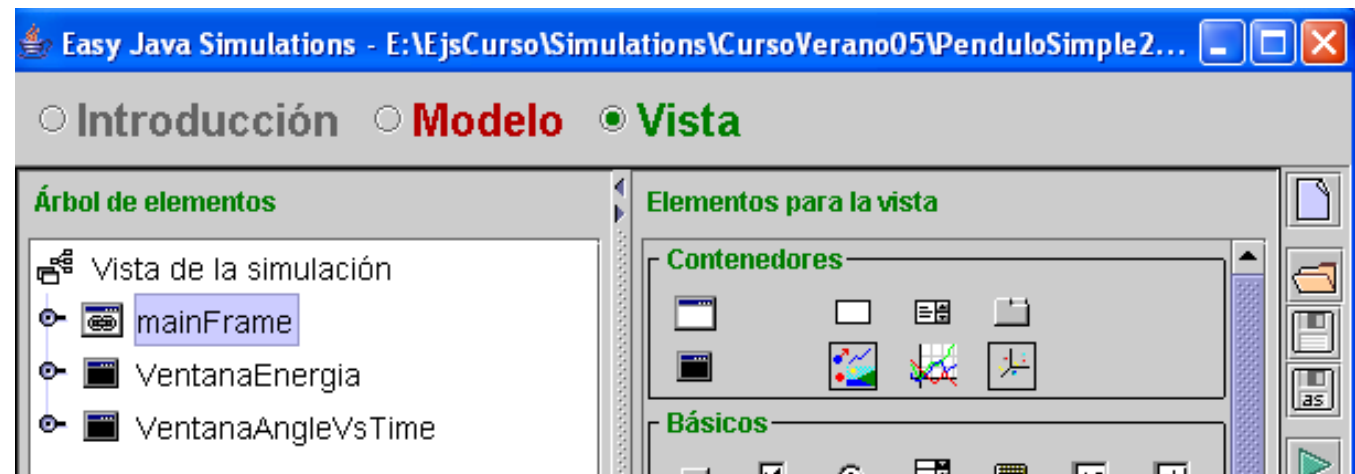


# 1.7 Programación de la Vista (1/7)

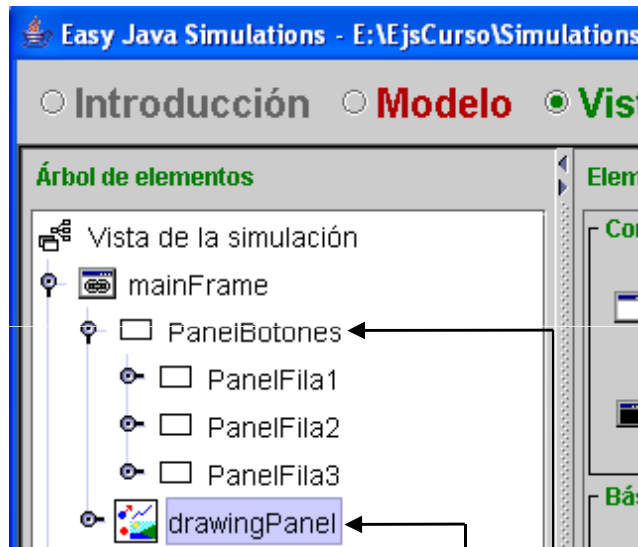


Ventana principal

Al cerrar esta ventana finaliza la simulación

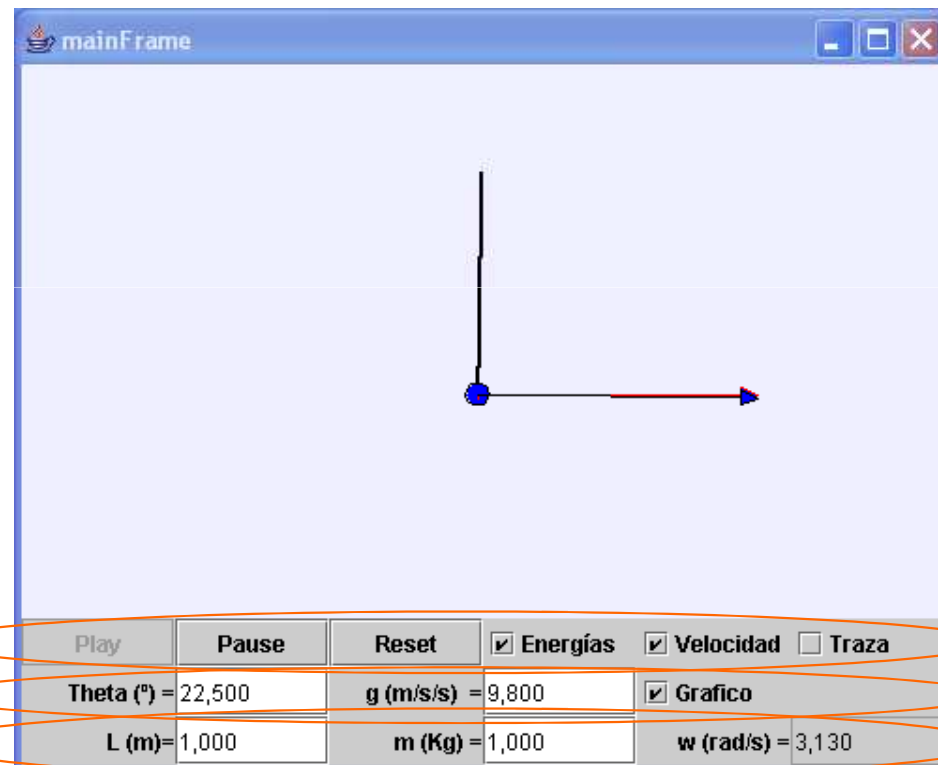
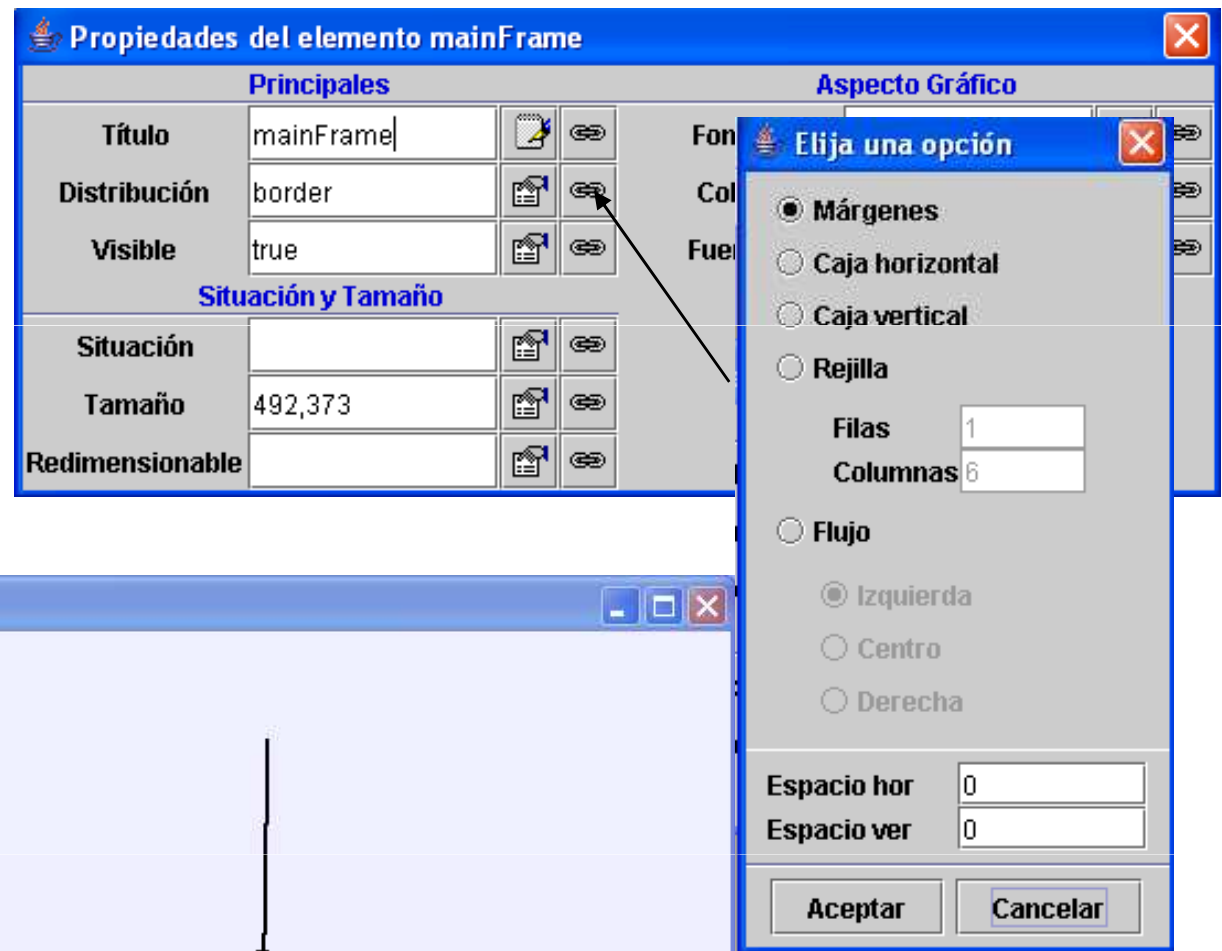


# 1.7 Programación de la Vista (2/7)



Posición Centro

Posición Abajo

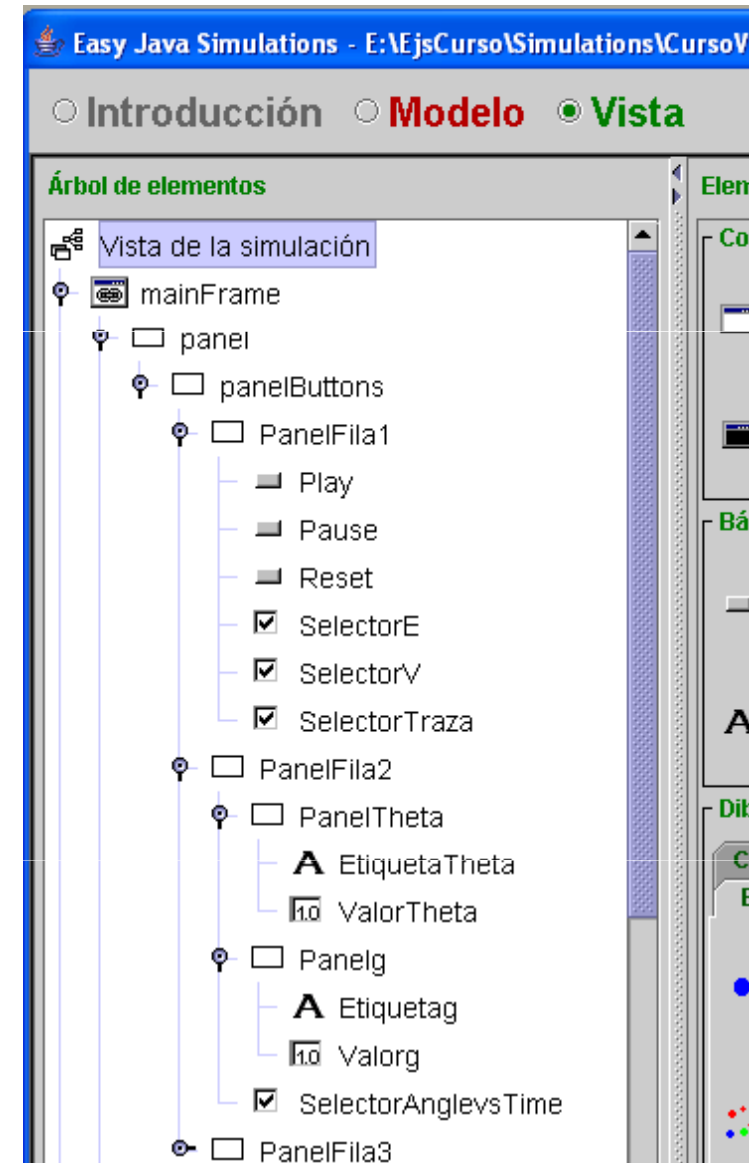
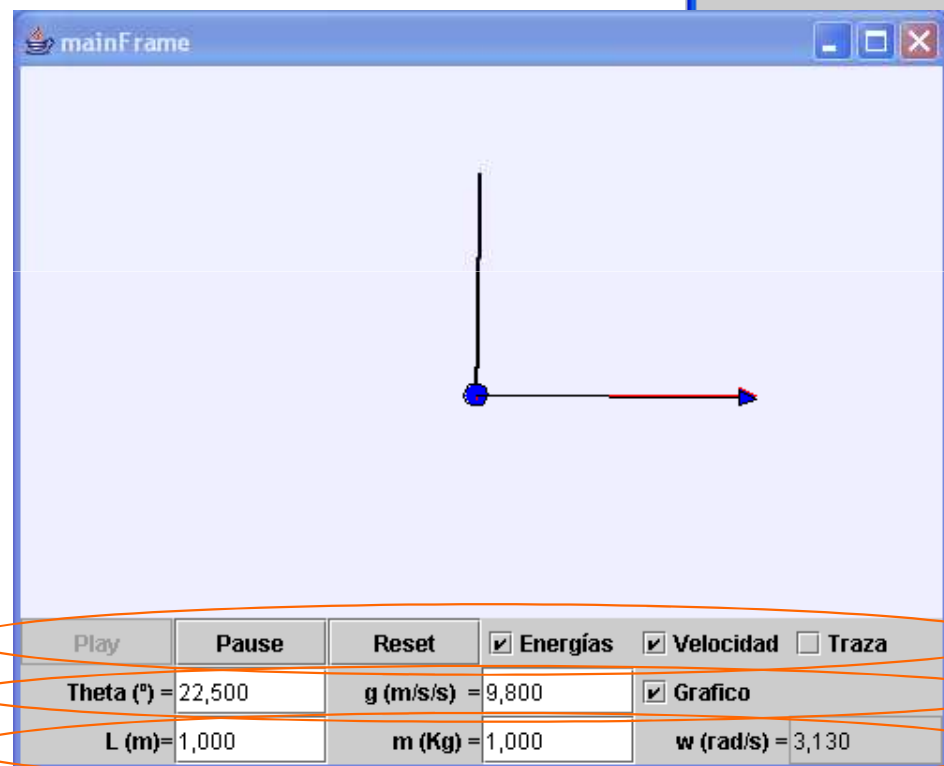
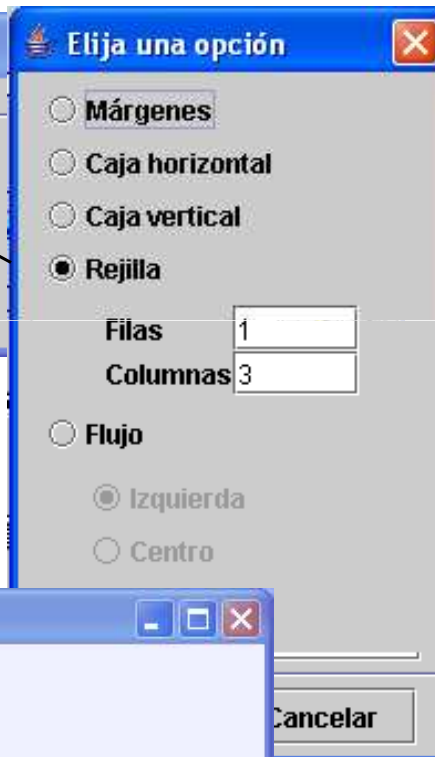
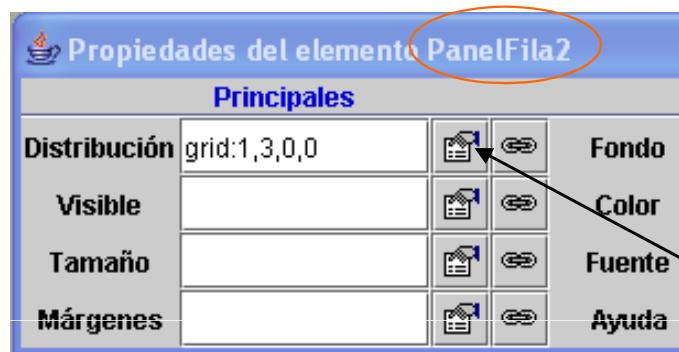


PanelFila1

PanelFila2

PanelFila3

# 1.7 Programación de la Vista (3/7)



**PanelFila1: 6 elementos gráficos**

**PanelFila 2: 2 paneles y 1 elemento gráfico**

**PanelFila 3: 2 paneles y 1 elemento gráfico**

# 1.7 Programación de la Vista (4/7)

Easy Java Simulations - D:\EjsCurso\Simulations\CursoVerano05\PenduloSimple2.xml

☐ Introducción ☒ **Modelo** ☐ Vista

☒ **Variables** ☐ Inicialización ☐ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

VariablesModelo VariablesVisualizacion

| Nombre          | Valor                 | Tipo    | Dimensión |
|-----------------|-----------------------|---------|-----------|
| MinimaX         | -2                    | double  |           |
| MaximaX         | 2                     | double  |           |
| MinimaY         | -2                    | double  |           |
| MaximaY         | 0.5                   | double  |           |
| ParticulaSizex  | (MaximaX-MinimaX)*0.3 | double  |           |
| ParticulaSizexy | (MaximaY-MinimaY)*0.3 | double  |           |
| thetaDeg        |                       | double  |           |
| Np              | 50                    | int     |           |
| thetaInicial    | theta*180/Math.PI     | double  |           |
| showEnergy      | false                 | boolean |           |
| showVelocity    | false                 | boolean |           |
| showTraza       | false                 | boolean |           |
| showAngle       | false                 | boolean |           |

Declaramos todas las variables necesarias para la programación de la Vista

## Elemento FlechaVx (clase Flecha)

Prop. {  
X: x  
Y: y  
Tamaño X: vx  
Tamaño Y: 0  
Visible: showVelocity

## Elemento Trazaxy (clase Traza)

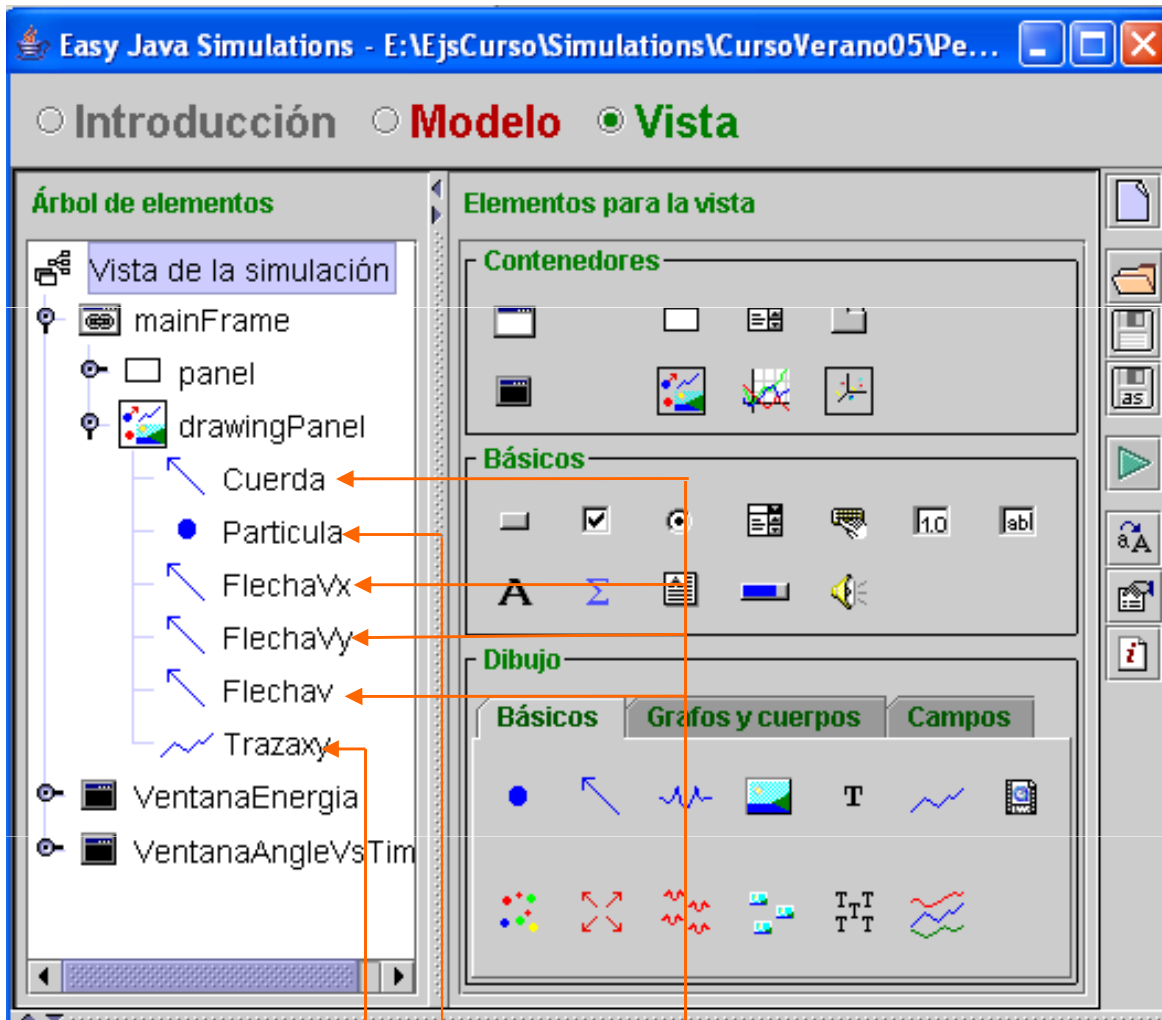
Prop. {  
X: x  
Y: y  
Puntos: Np  
Visible: showTraza  
Activo: showTraza

True: traza acepta puntos de entrada  
False: traza no acepta puntos de entrada

## Elemento SelectorVelocity (clase Selector)

Prop. {  
Variable: showVelocity  
Texto: Velocidad

# 1.7 Programación de la Vista (5/7)



Elementos gráficos de la clase Flecha

Elemento gráfico de la clase Particula

Elemento gráfico de la clase Traza

Elemento DrawingPanel (clase PanelDibujo)

Prop. {  
Autoescala X: false  
Autoescala Y: false  
Minimo X: MinimaX  
Maximo X : MaximaX  
Minimo Y: MinimaY  
Maximo Y: MaximaY

Elemento Cuerda (clase Flecha)

Prop. {  
X: 0  
Y: 0  
Tamaño X: x  
Tamaño Y: y  
Activo: false  
Estilo: segment

Elemento Particula (clase Particula)

Prop. {  
X: x  
Y: y  
Tamaño X: ParticulaSizeX  
Tamaño Y: ParticulaSizeY  
Activo: false

# 1.7 Programación de la Vista (6/7)

The screenshot shows the EJS IDE interface. The top window is titled "Easy Java Simulations - D:\EjsCurso\Simulations\CursoVerano05\PenduloSimple2.xml". It has tabs for "Introducción", "Modelo", and "Vista", with "Modelo" selected. Below these are tabs for "Variables", "Inicialización", "Evolución", "Ligaduras", and "Propio", with "Propio" selected. The "Acciones" tab is active, showing the following code:

```
public void ChangeTheta () {  
    theta = thetaInicial*Math.PI/180; omega = 0;  
    _resetView();  
}  
  
public void ChangeG () {  
    w = Math.sqrt(g/L);  
    _resetView();  
}  
  
public void ChangeL () {  
    w = Math.sqrt(g/L);  
    _resetView();  
}
```

An annotation "Método propio de Ejs para limpiar la Vista" points to the `_resetView();` line in the `ChangeTheta` method.

The bottom window is titled "mainFrame" and displays a pendulum simulation. It has a control panel at the bottom with buttons for "Play", "Pause", "Reset", and checkboxes for "Energías", "Velocidad", "Traza", and "Grafico". The "Pause" button is highlighted with an orange circle. Below the buttons are input fields for "Theta (°)" (22,500), "L (m)" (1,000), "g (m/s/s)" (9,800), "m (Kg)" (1,000), and "w (rad/s)" (3,130). The "Traza" checkbox is also highlighted with an orange circle.

Elemento ValorTheta (clase CampoNumerico)

Prop. {  
 Variable: ThetaInicial  
 Accion: ChangeTheta()

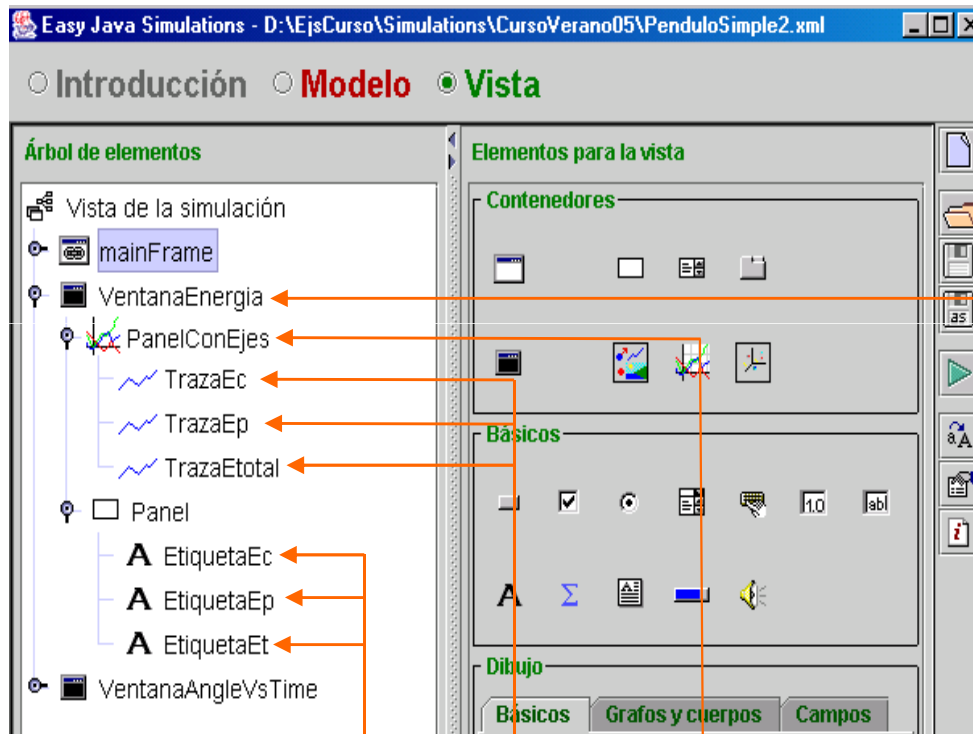
Elemento ValorL (clase CampoNumerico)

Prop. {  
 Variable: L  
 Accion: ChangeL()

Elemento SelectorTraza (clase Selector)

Prop. {  
 Variable: showTraza  
 Texto: Traza  
 Accion No: \_resetView()

# 1.7 Programación de la Vista (7/7)



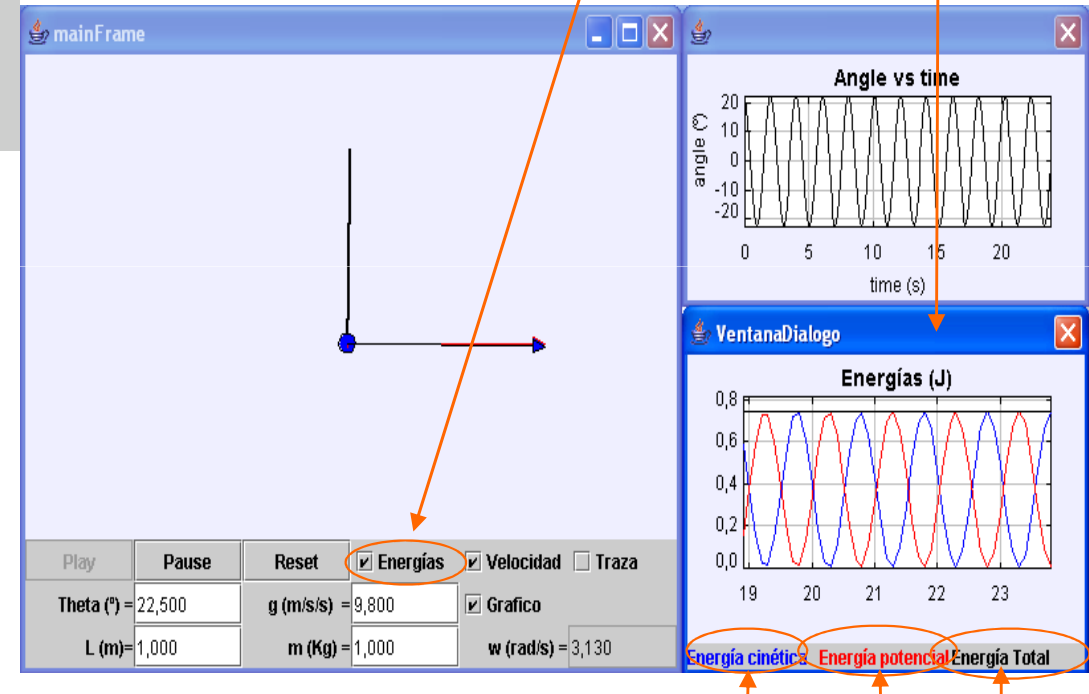
Elemento VentanaEnergia (clase VentanaDialogo)

Propiedad "Visible": showEnergy

Elemento gráfico de la clase PanelConEjes

Elementos gráficos de la clase Traza

Elementos gráficos de la clase Etiqueta



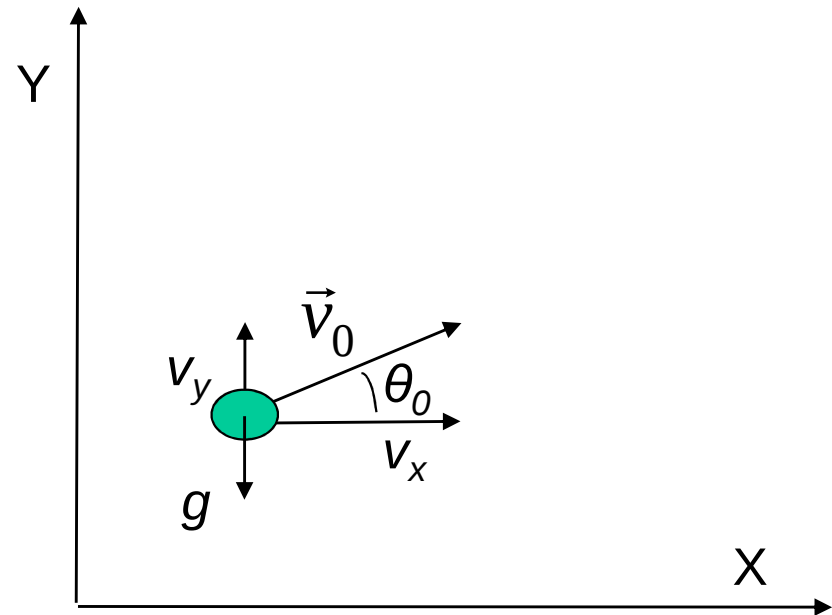
## 2.1 Objetivo

---

El objetivo final es modelar y programar un laboratorio interactivo del tiro parabólico:

Composición de 2 movimientos:

- Uniforme a lo largo del eje X.
- Uniformemente acelerado a lo largo del eje vertical Y.



## 2.2 Modelo matemático

Ecuaciones válidas para  $y > 0$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_x \\ \frac{dy}{dt} &= v_y \\ \frac{dv_x}{dt} &= 0 \\ \frac{dv_y}{dt} &= -g \end{aligned} \right\} \text{Sistema de EDOs}$$

Ecuaciones válidas para  $y \leq 0$ :

$$y = 0;$$

$$v_x = 0;$$

$$v_y = 0;$$

Ecuaciones para el cálculo de  $v_x$  e  $v_y$ :

$$v_x = v_0 \cos(\theta_0)$$

$$v_y = v_0 \sin(\theta_0)$$

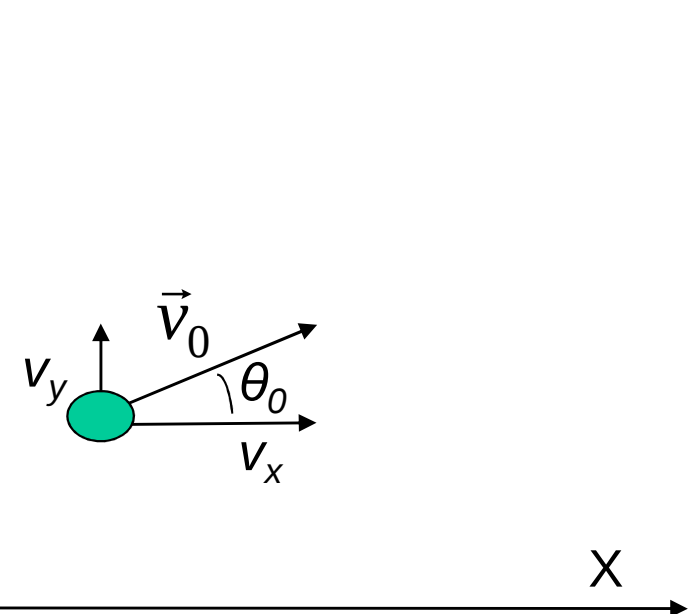
Clasificación de las variables:

- **Parámetros:**

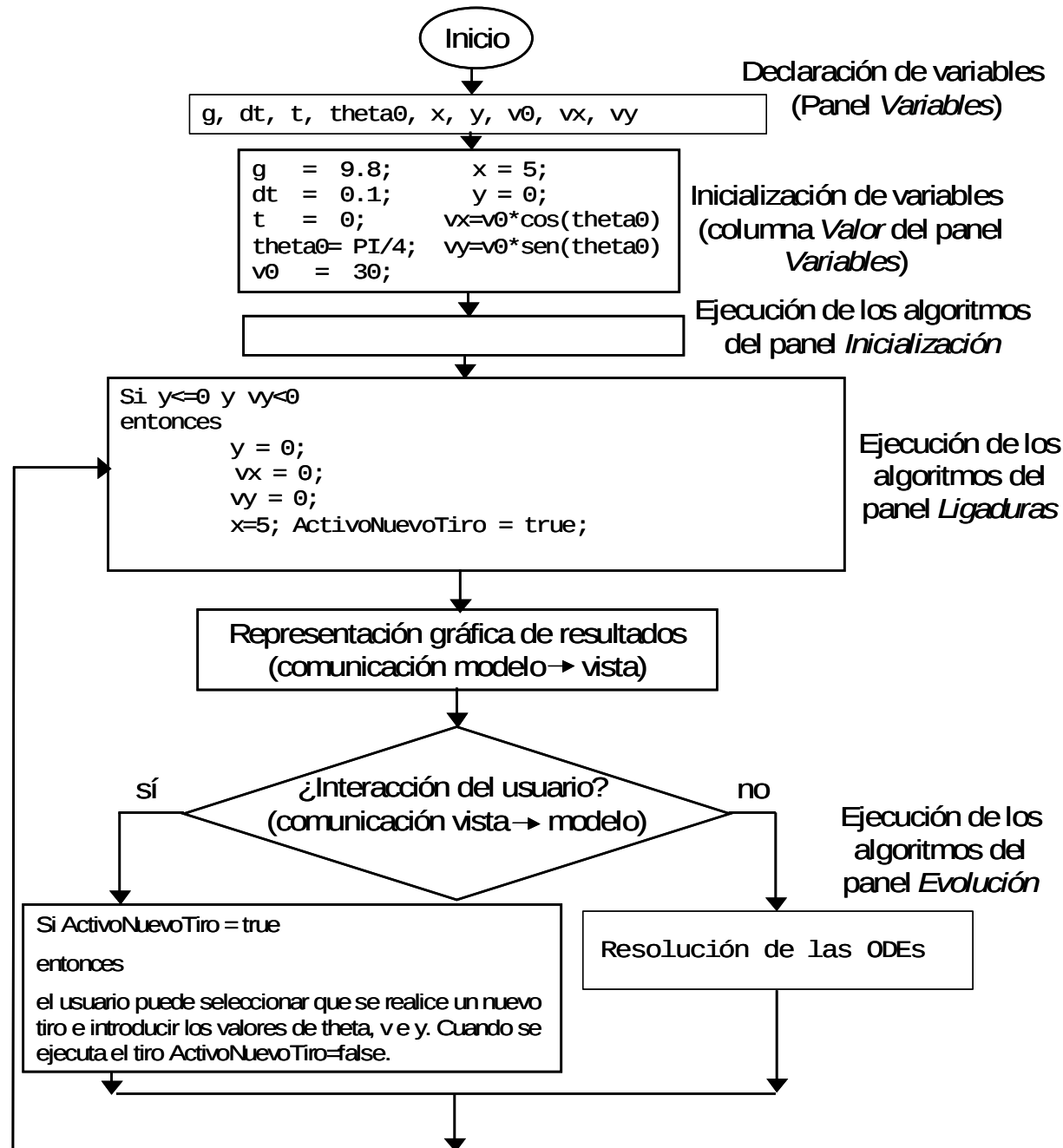
$$g, v_0, \theta_0$$

- **Variables de estado:**

$$x, y, v_x, v_y$$



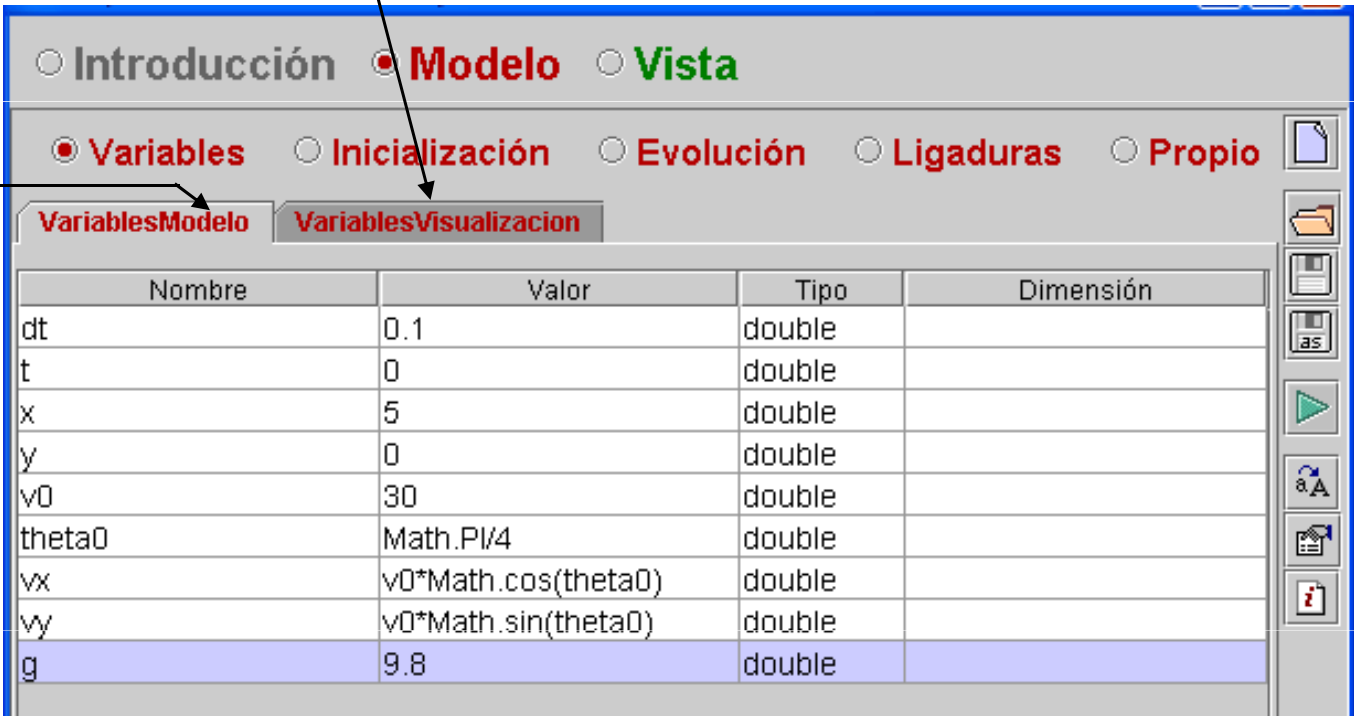
## 2.3 Algoritmo de la simulación



## 2.4 Declaración e inicialización de las Variables

Variables empleadas en la definición de la Vista

Variables del modelo matemático



| Nombre | Valor               | Tipo   | Dimensión |
|--------|---------------------|--------|-----------|
| dt     | 0.1                 | double |           |
| t      | 0                   | double |           |
| x      | 5                   | double |           |
| y      | 0                   | double |           |
| v0     | 30                  | double |           |
| theta0 | Math.PI/4           | double |           |
| vx     | v0*Math.cos(theta0) | double |           |
| vy     | v0*Math.sin(theta0) | double |           |
| g      | 9.8                 | double |           |

- **Parámetros:**

$g, \theta_0, v_0$

- **Variables de estado:**

$x, y, vx, vy$

## 2.5 Panel Evolución

### Sistema de EDOs

$$\frac{dx}{dt} = v_x$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y$$

$$\frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g$$

Easy Java Simulations - D:\EjsCurso\Simulations\CursoVerano05\TiroParabolico.xml

☐ Introducción ☒ **Modelo** ☐ Vista

☐ Variables ☐ Inicialización ☒ **Evolución** ☐ Ligaduras ☐ Propio

**Imágenes**  
por segundo

MAX  
20  
15  
10  
5  
MIN

IPS 18

☒ Arranque

**Página Evolución**

Var. Indep. t Incremento dt

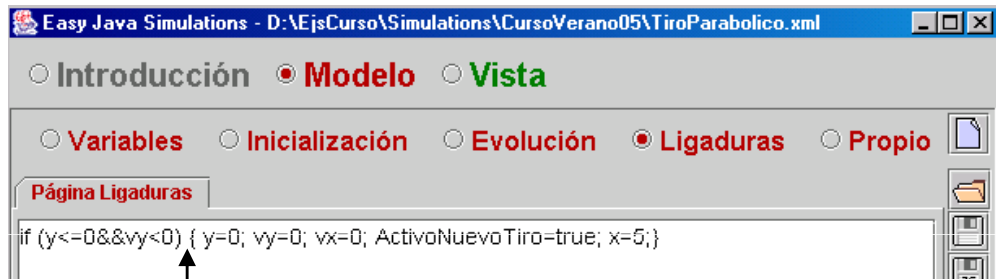
| Estado              | Derivada |
|---------------------|----------|
| $\frac{dx}{dt} =$   | $v_x$    |
| $\frac{dy}{dt} =$   | $v_y$    |
| $\frac{dv_x}{dt} =$ | 0        |
| $\frac{dv_y}{dt} =$ | -g       |

Método: Euler Tolerancia Eventos 0

Comentario

## 2.6 Panel Ligaduras

---



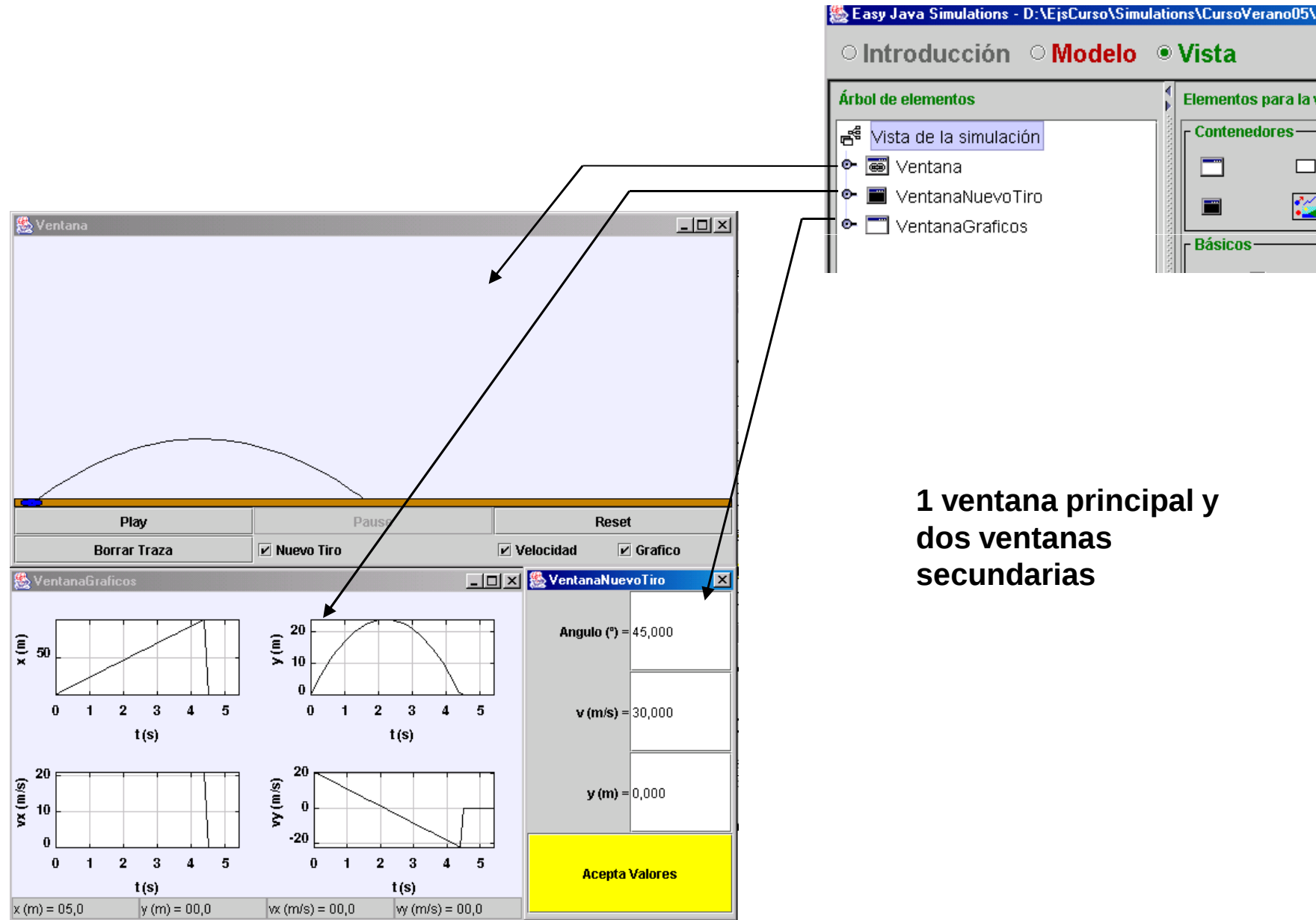
**Condición :**

**Si se cumplen simultáneamente las condiciones  $(y \leq 0)$  y  $(vy < 0)$**

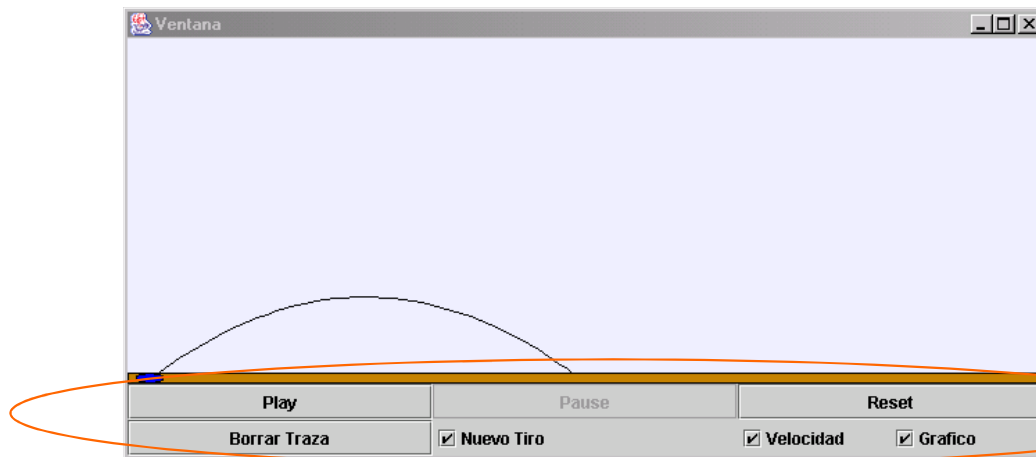
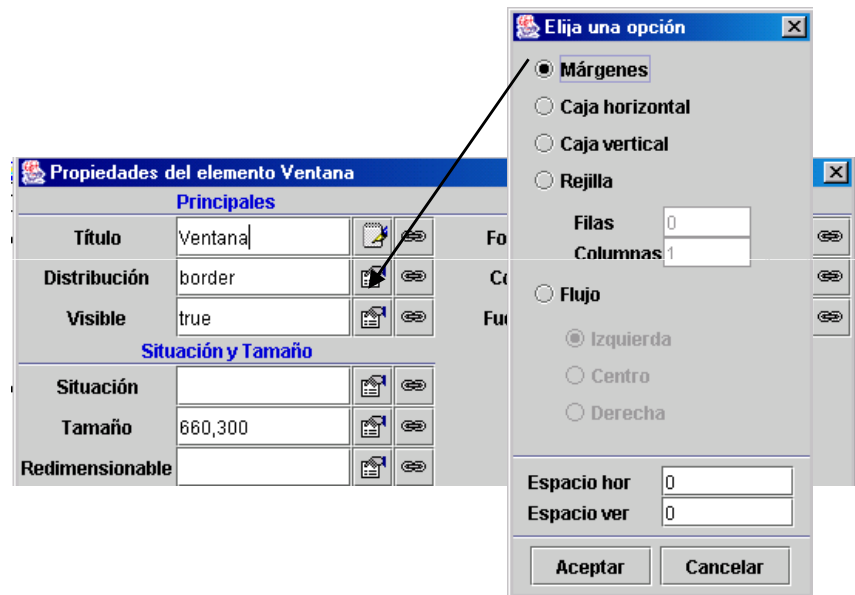
**entonces**

**$x=5$ ;  $y=0$ ;  $vx=0$ ;  $vy=0$ ; ActivoNuevoTiro = true;**

## 2.7 Programación de la Vista (1/7)



## 2.7 Programación de la Vista (2/7)



Posición Abajo

Posición Centro

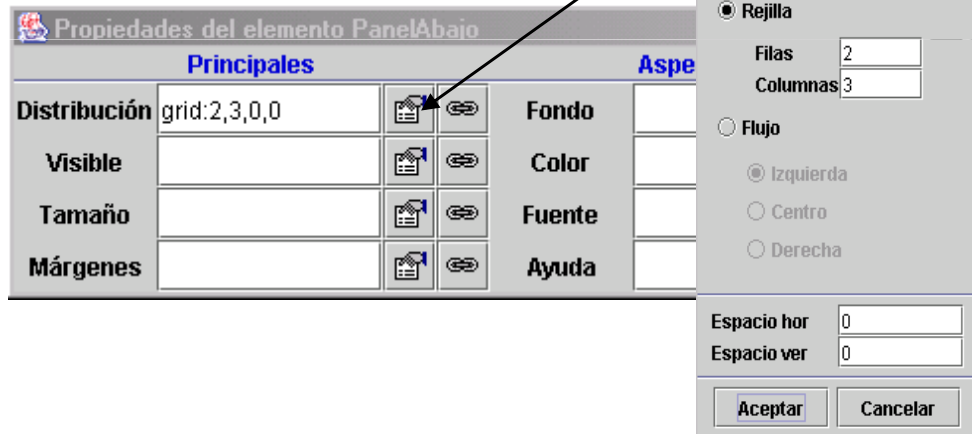
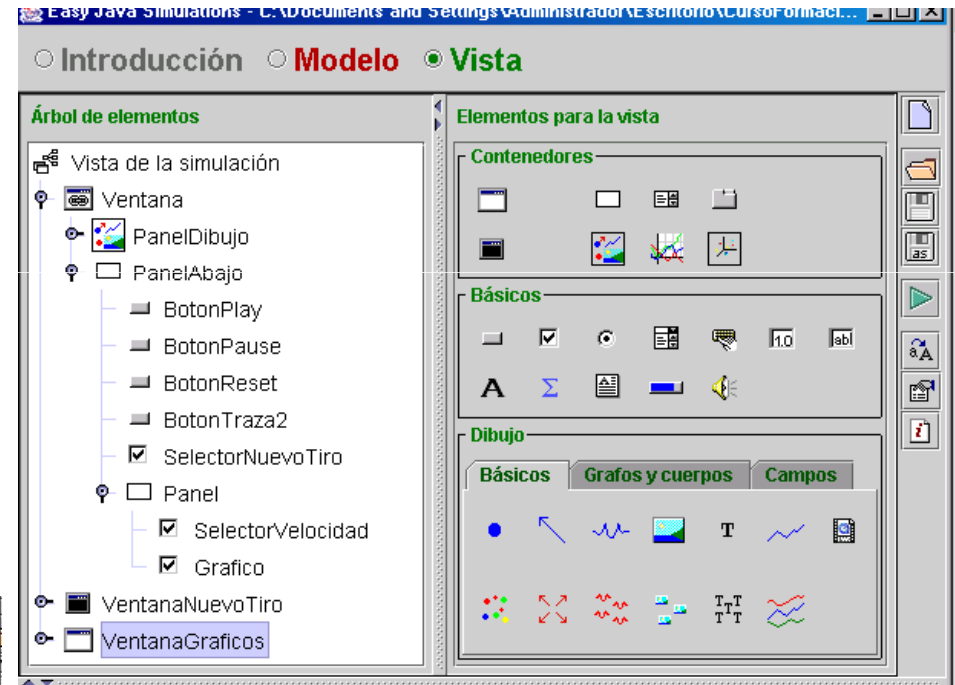
PanelAbajo: Contiene  
6 elementos gráficos

## 2.7 Programación de la Vista (3/7)

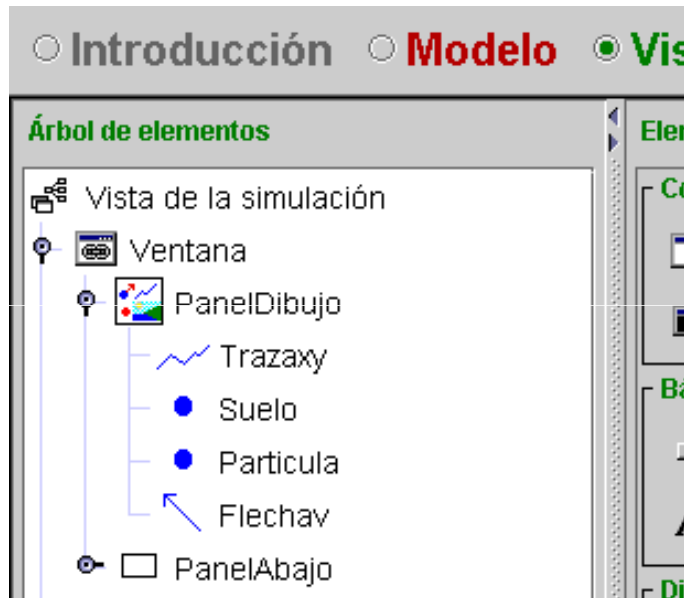
Elemento PanelDibujo (clase PanelDibujo)

Prop.

Autoescala X: false  
Autoescala Y: false  
Minimo X: -XMax  
Maximo X : XMax  
Minimo Y: -YMax  
Maximo Y: YMax



## 2.7 Programación de la Vista (4/7)



### Elemento Particula (clase Particula)

Prop. {  
X: x  
Y: y  
Tamaño X: sizex  
Tamaño Y: sizey  
Activo: false

### Elemento Trazaxy (clase Traza)

Prop. {  
X: x  
Y: y

### Elemento Suelo (clase Particula)

Prop. {  
X: Xmax/2  
Y: 0  
Tamaño X: Xmax  
Tamaño Y: 2.5  
Activo: false

### Elemento Flechav (clase Flecha)

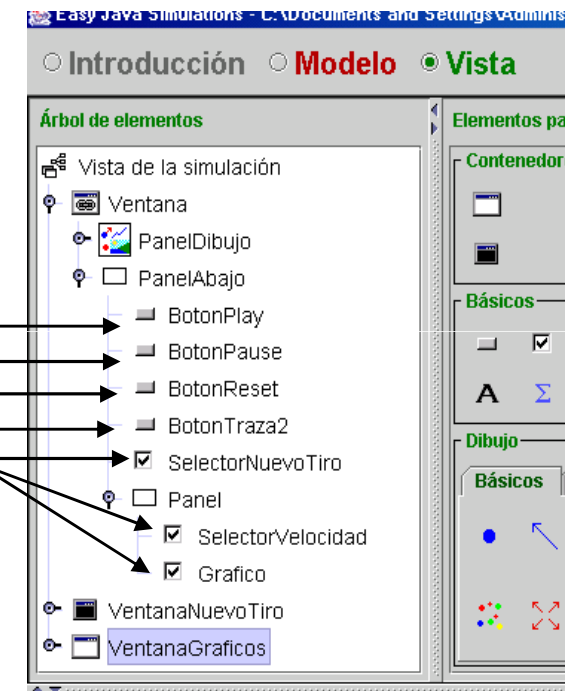
Prop. {  
X: x  
Y: y  
Tamaño X: vx  
Tamaño Y: vy  
Visible: showVelocity

## 2.7 Programación de la Vista (5/7)

| Variables       |                    |         |
|-----------------|--------------------|---------|
| VariablesModelo |                    |         |
| Nombre          | Valor              | Tipo    |
| Xmax            | 200                | double  |
| Ymax            | 100                | double  |
| sizeX           | Xmax*0.03          | double  |
| sizeY           | Ymax*0.03          | double  |
| thetaDeg        | theta0*180/Math.PI | double  |
| NuevoTiro       | false              | boolean |
| ActivoNuevoTiro | false              | boolean |
| showVelocity    | true               | boolean |
| showGrafico     | true               | boolean |

Elementos gráficos clase Boton

Elementos gráficos clase Selector



Elemento BotonTraza2 (clase Boton)

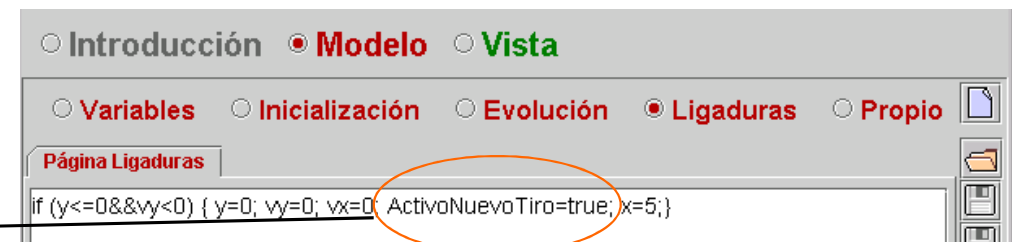
Prop. {  
 Texto: Borrar Traza  
 Acción: \_resetView()

Elemento SelectorVelocidad (clase Selector)

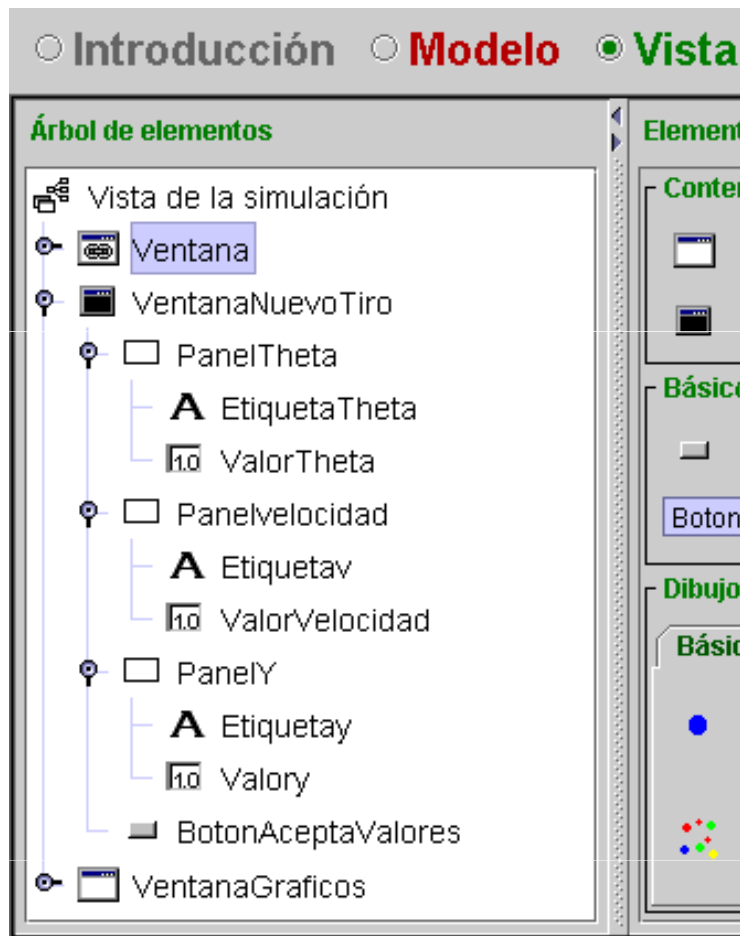
Prop. {  
 Variable: showVelocity  
 Texto: Velocidad

Elemento SelectorNuevoTiro (clase Selector)

Prop. {  
 Variable: NuevoTiro  
 Texto: Nuevo Tiro  
 Activo: ActivoNuevoTiro



## 2.7 Programación de la Vista (6/7)



Elemento EtiquetaTheta (clase Etiqueta)

Prop. {  
    Texto: Angulo (°) =  
    Alineación: RIGHT

Elemento ValorTheta (clase CampoNumerico)  
Propiedad "Variable": thetaDeg

Elemento Valory (clase CampoNumerico)

Prop. {  
    Variable: y  
    Acción: \_pause()

Elemento BotonAceptaValores (clase Boton)

Prop. {  
    Texto: Acepta Valores  
    Acción: nuevoTiro()

**PáginaAcciones**

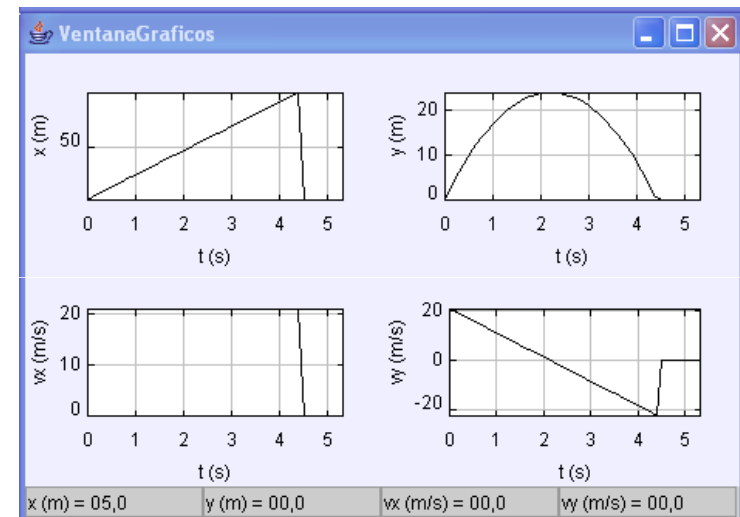
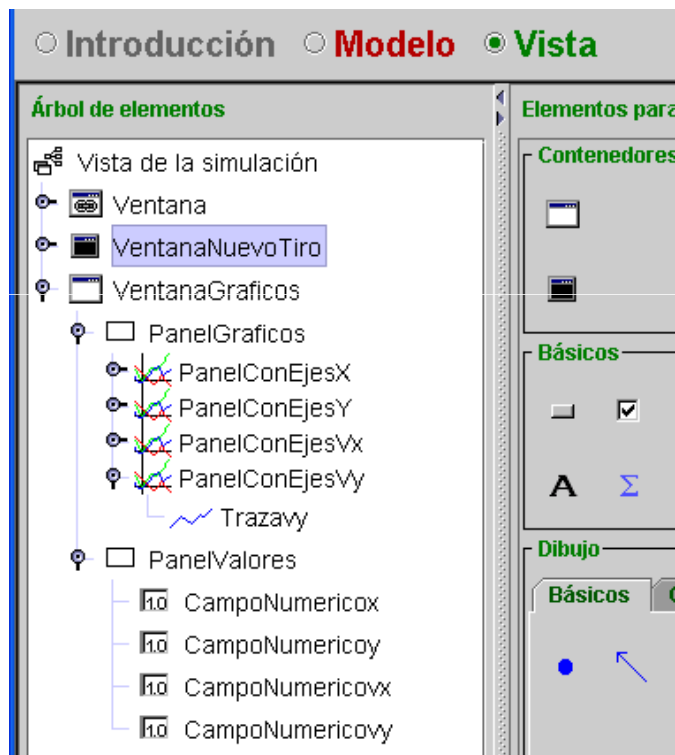
```
public void NuevoTiro () {  
    if (y<0) y=0;  
    if (y>Ymax) y=Ymax;  
    theta0 = thetaDeg*Math.PI/180;  
    if (v0<0) v0=0;  
    vx = v0*Math.cos(theta0);  
    vy = v0*Math.sin(theta0);  
    ActivoNuevoTiro = false;  
    NuevoTiro = false;  
    _play();  
}
```

**Ventana Propio del panel Modelo**

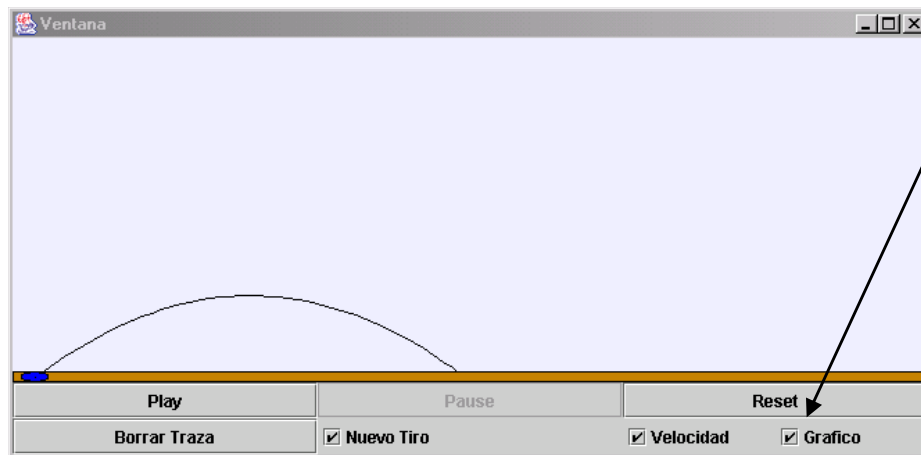
**Prop. Activo elemento gráfico SelectorNuevoTiro**

**Prop. Visible elemento gráfico VentanaNuevoTiro**

## 2.7 Programación de la Vista (7/7)



Elemento VentanaGraficos (clase VentanaDialogo)  
Prop. "Visible": showGrafico



Elemento CampoNumericovy (clase CampoNumerico)

Prop. { Variable: vy  
Formato: vy (m/s) =00.0  
Editable: false

**Taller 2:**

# **Simulación de sistemas mecánicos**

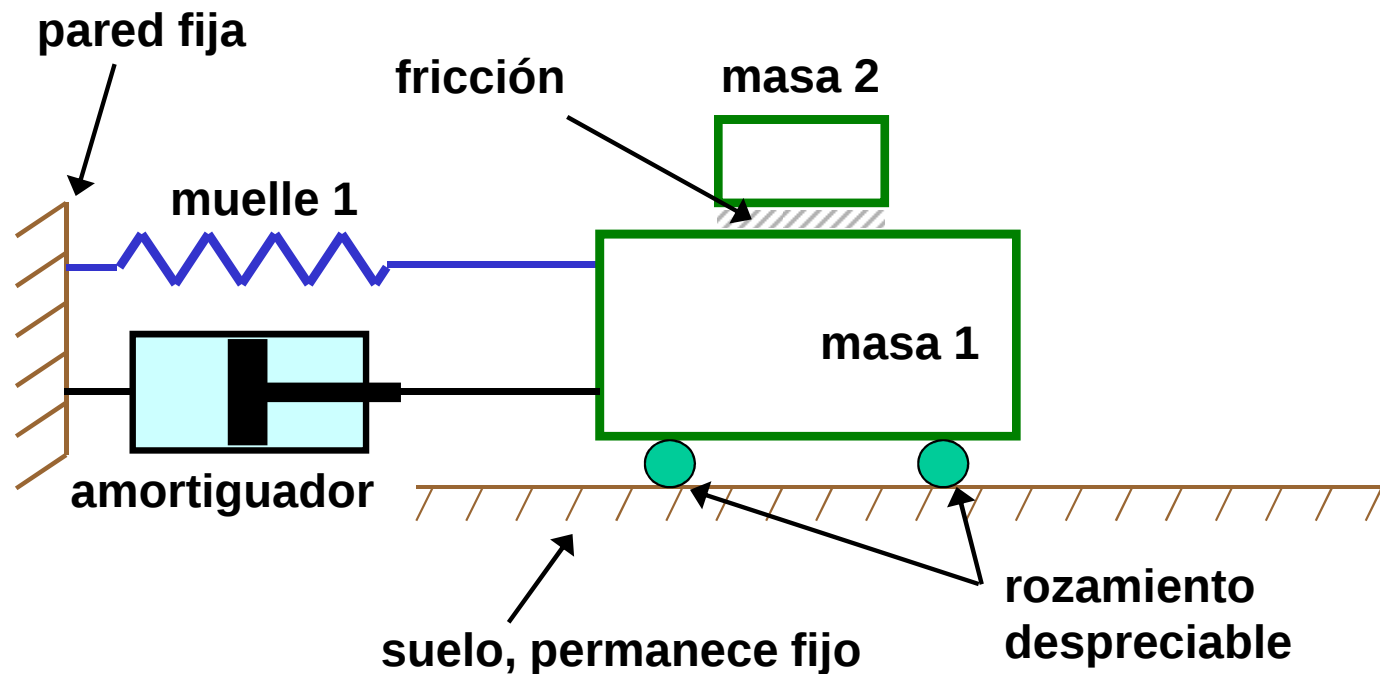
# Contenido del Taller 2

---

- ▶ 1 Objetivo
- ▶ 2 Modelado físico de los componentes
- ▶ 3 Modelo matemático del sistema simplificado
- ▶ 4 El algoritmo de la simulación
- ▶ 5 Los métodos de integración de Ejs
- ▶ 6 Declaración e inicialización de las variables
- ▶ 7 Definición del modelo
- ▶ 8 Definición de la Vista
- ▶ 9 Modelado de la ligadura en el desplazamiento
- ▶ 10 Modelado de la fricción
- ▶ 11 Programación de la Vista

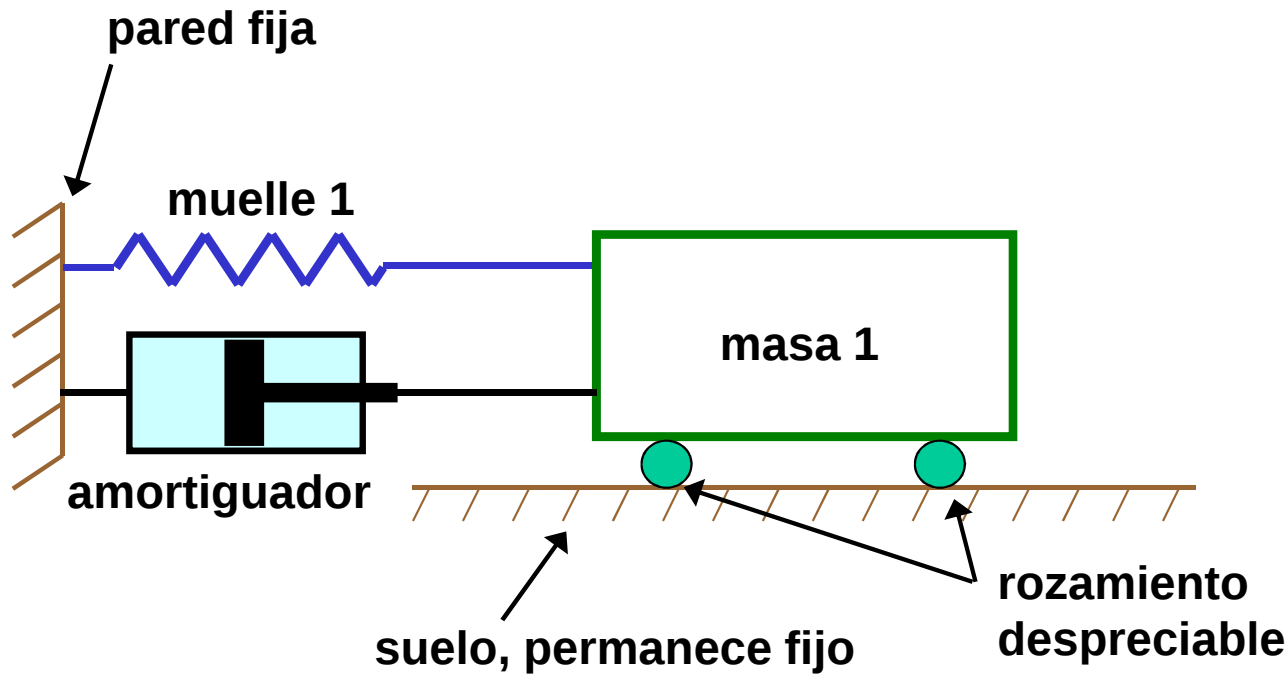
# 1 Objetivo (1/2)

El objetivo final es modelar y programar un laboratorio interactivo del sistema siguiente:



# 1 Objetivo (2/2)

Comenzamos modelando y simulando un subsistema:



*SistemaMecanicoSimplificado.xml*

Posteriormente consideraremos el objeto *masa2*, y la fricción entre *masa1* y *masa2*.

## 2 Modelado físico de los componentes (1/3)

### Modelado del muelle:

Masa despreciable

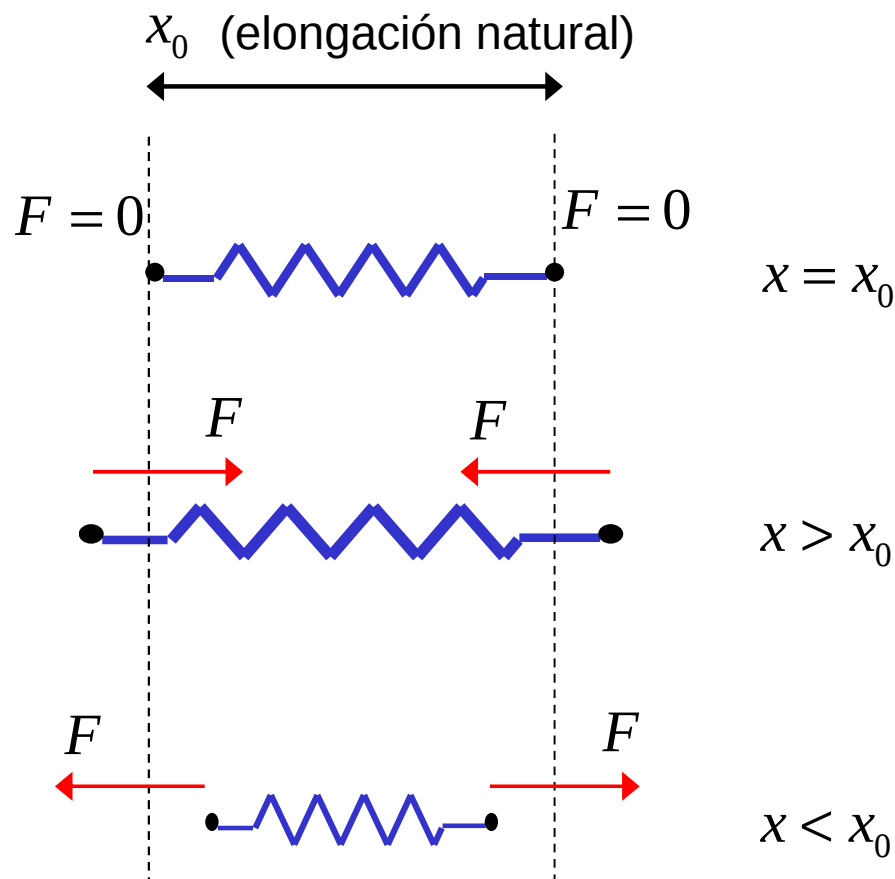
$$F = k \cdot (x - x_0) \quad (\text{Ley de Hooke})$$

La fuerza ( $F$ ) que *ejerce* el muelle sobre cualquiera de sus extremos es igual a una constante de proporcionalidad,  $k$  (N/m), multiplicada por la diferencia entre su elongación y su elongación natural.

La fuerza que *ejerce* el muelle tiende a restablecer su elongación natural.

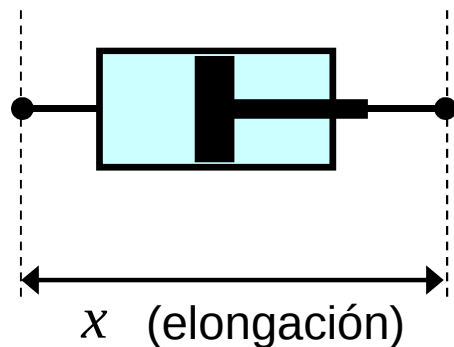
El muelle almacena energía:

- Cuando su elongación se aleja de la elongación natural, acumula energía.
- Cuando su elongación tiende a la elongación natural, cede energía.



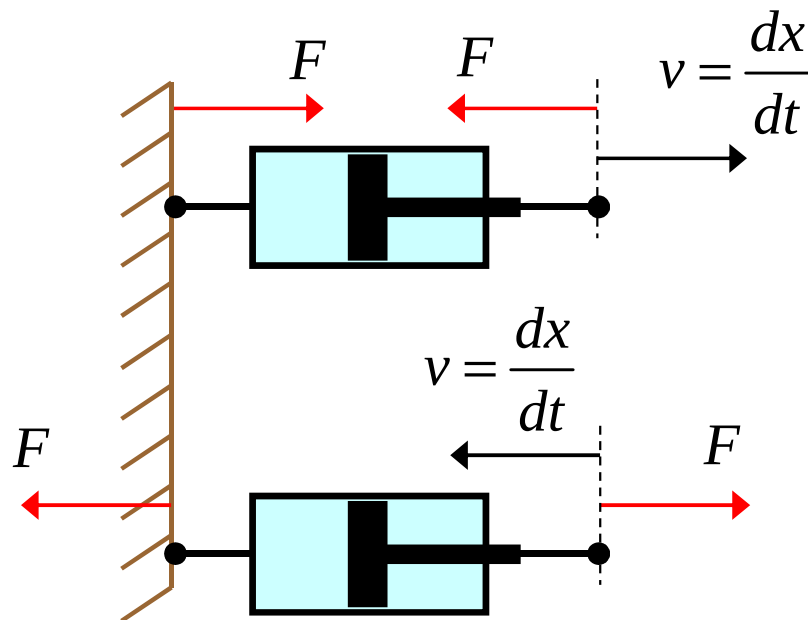
## 2 Modelado físico de los componentes (2/3)

### Modelado del amortiguador:



Masa despreciable

La *magnitud de la fuerza* ejercida por el amortiguador ( $F$ ) en cada uno de sus extremos es proporcional a la velocidad relativa entre los extremos, es decir, a la derivada de su elongación. El *sentido de la fuerza* es aquel que se opone a que se produzca el cambio en la elongación.



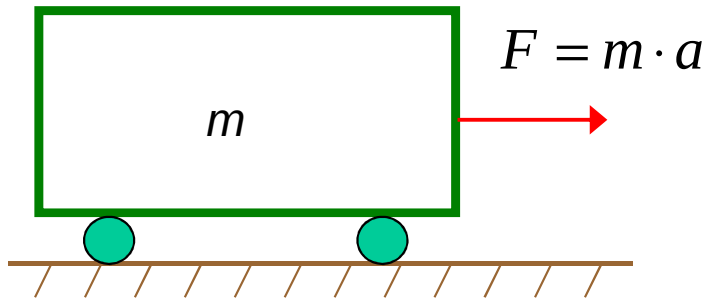
$$F = b \cdot \frac{dx}{dt}$$

El amortiguador disipa energía en forma de calor.

La posición de este extremo del amortiguador está fija

## 2 Modelado físico de los componentes (3/3)

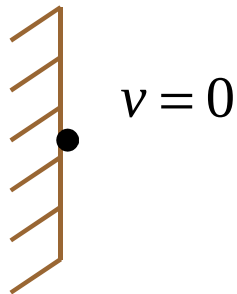
### Modelado del objeto *masa1*:



La masa ( $m$ ) del objeto es constante.

La fuerza neta *aplicada* ( $F$ ) sobre el objeto es igual al producto de su masa por la aceleración que adquiere.

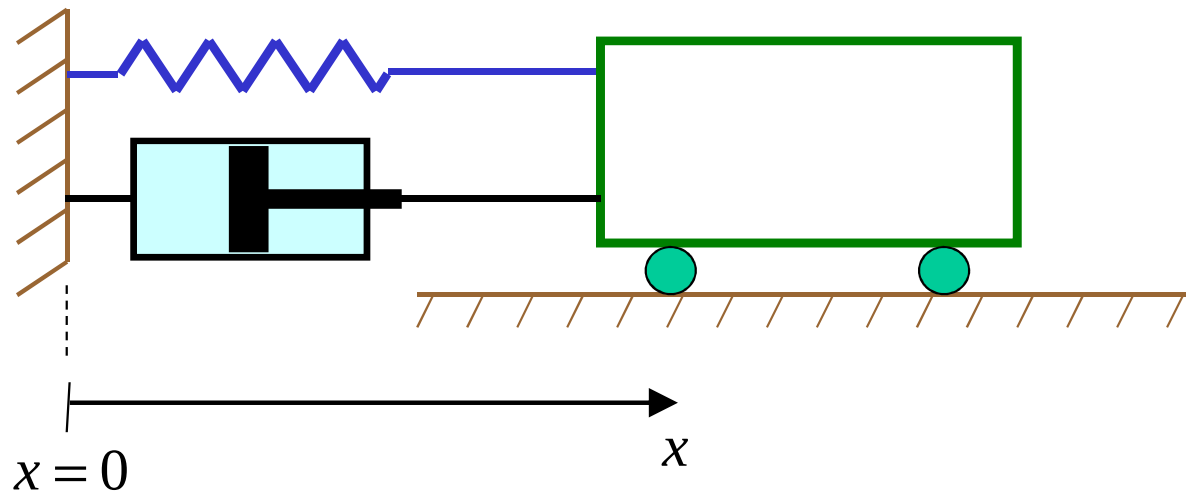
### Modelado de la pared:



La fuerza que ejerce la pared sobre el punto de conexión a ella de cualquier componente es la necesaria para que éste permanezca en reposo.

### 3 Modelo matemático del sistema simplificado (1/2)

Referencia, criterio de signos:



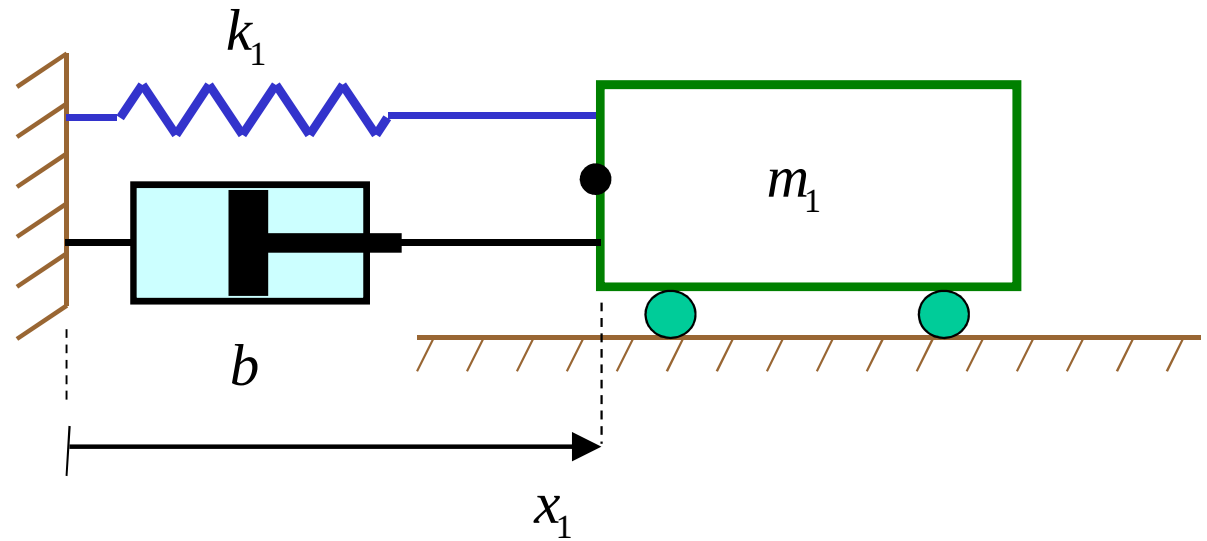
Debe fijarse el sistema de referencia para la coordenada espacial:  
se considera que el **origen de coordenadas** se encuentra en la pared.

La **coordenada espacial** de los puntos situados a la derecha de la pared tiene signo positivo, mientras que los puntos situados a la izquierda de la pared tienen signo negativo.

La **velocidad** y la **fuerza** se considerarán positivas cuando lleven el sentido creciente de la coordenada espacial.

### 3 Modelo matemático del sistema simplificado (2/2)

Modelo matemático:



$$F_{masa1} = F_{muelle1} + F_{amortiguador}$$

$$F_{muelle1} = -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1})$$

$$F_{amortiguador} = -b \cdot v_1$$

$$F_{masa1} = m_1 \cdot a_1$$

$$\frac{dx_1}{dt} = v_1$$

$$\frac{dv_1}{dt} = a_1$$

Clasificación de las variables:

- Parámetros

$$m_1, k_1, b, x_{0,muelle1}$$

- Variables de estado:

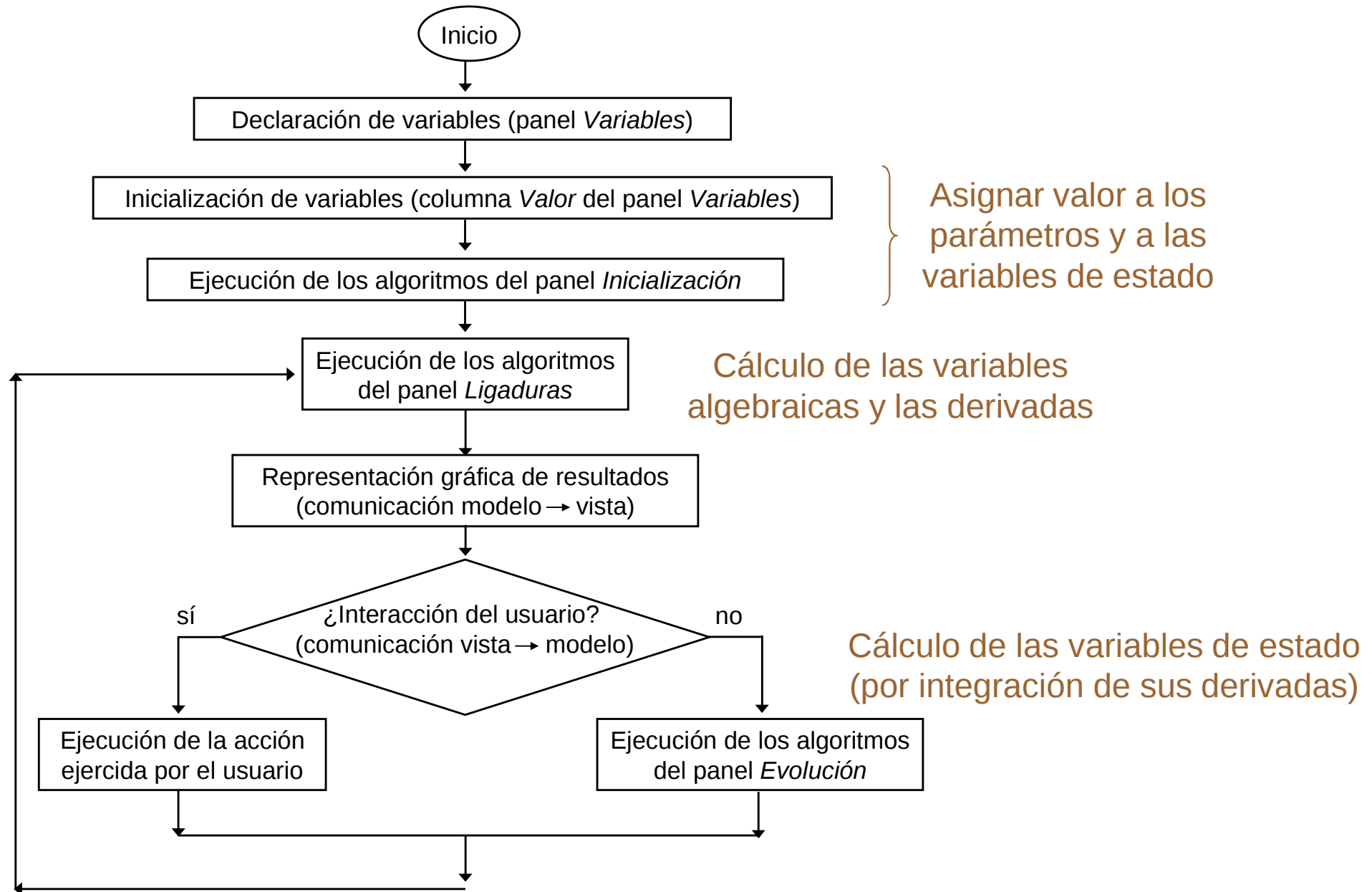
$$x_1, v_1$$

- Variables algebraicas:

$$a_1, F_{masa1}, F_{muelle1}, F_{amortiguador}$$

# 4 El algoritmo de la simulación (1/5)

## El algoritmo de la simulación de Ejs:



# 4 El algoritmo de la simulación (2/5)

## Solución del modelo:

### Variables del modelo:

- Parámetros

$$m_1, k_1, b, x_{0,muelle1}$$

- Variables de estado:

$$x_1, v_1$$

- Variables algebraicas:

$$a_1, F_{masa1}, F_{muelle1}, F_{amortiguador}$$

### Variables conocidas:

$$m_1, k_1, b, x_{0,muelle1}$$

$$t$$

$$x_1, v_1$$

### Variables desconocidas:

$$a_1, F_{masa1}, F_{muelle1}, F_{amortiguador}$$

$$derx_1, derv_1$$

Estas 6 incógnitas deben calcularse del modelo

- ¿Qué incógnita se evalúa de cada ecuación?
- ¿En qué orden se resuelven las ecuaciones?



Asignación de la causalidad computacional

# 4 El algoritmo de la simulación (3/5)

## Asignación de la causalidad computacional:

Regla 1: Si una ecuación posee una única incógnita, debe emplearse para calcularla.

Regla 2: Si una incógnita aparece sólo en una ecuación, debe calcularse de ella.

**Se llega a una de estas dos posibles situaciones:**

- Todas las incógnitas pueden ser resueltas una tras otra, en secuencia.
- Se llega a un punto en que todas las ecuaciones tienen al menos 2 incógnitas, y todas las incógnitas aparecen al menos en dos ecuaciones: lazo algebraico.

Variables desconocidas:  $a_1, F_{masa1}, F_{muelle1}, F_{amortiguador}$

$derx_1, derv_1$

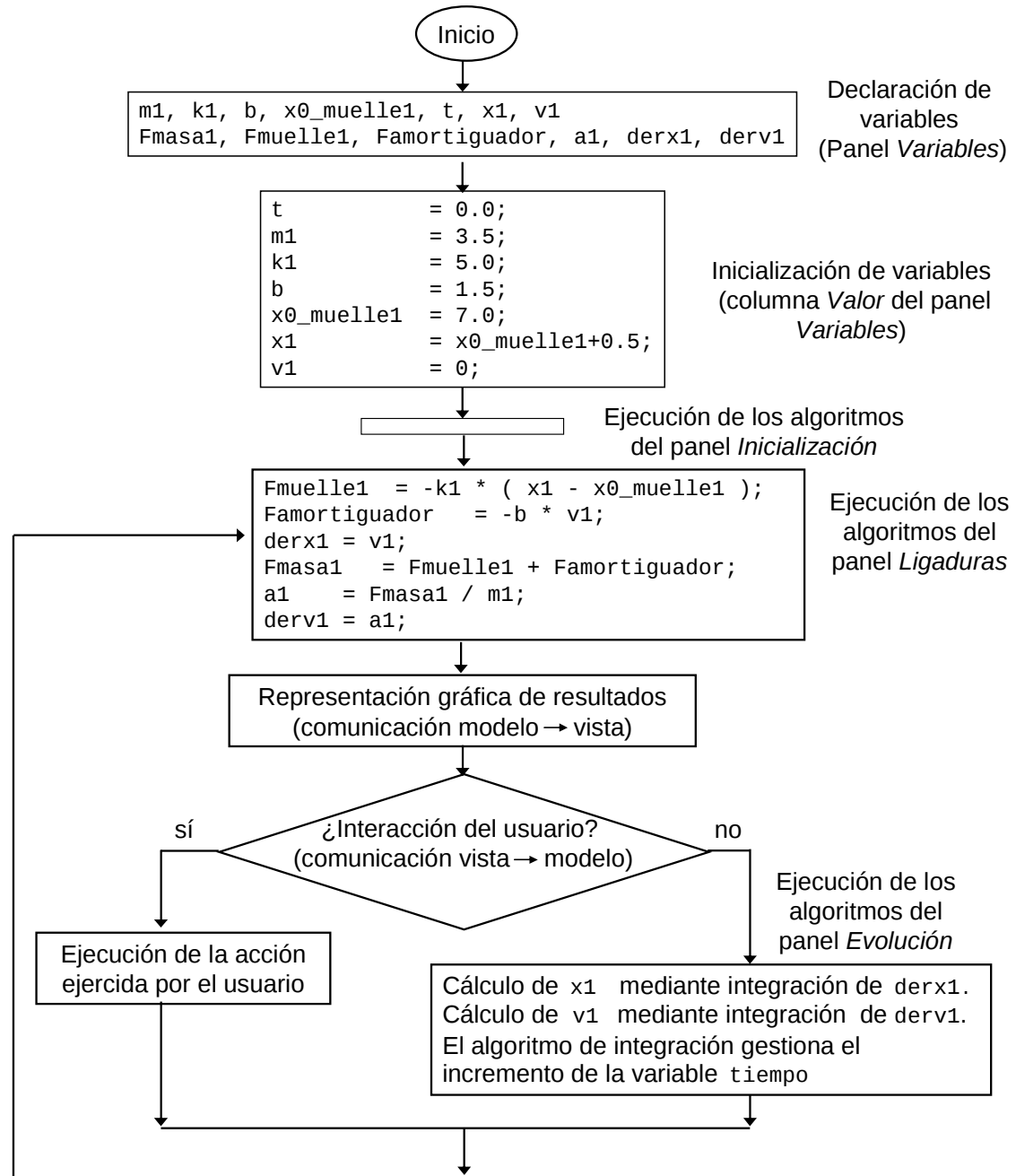
$$\begin{aligned}F_{masa1} &= F_{muelle1} + F_{amortiguador} \\F_{muelle1} &= -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1}) \\F_{amortiguador} &= -b \cdot v_1 \\F_{masa1} &= m_1 \cdot a_1 \\derx_1 &= v_1 \\derv_1 &= a_1\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}[F_{muelle1}] &= -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1}) \\[F_{amortiguador}] &= -b \cdot v_1 \\[derx_1] &= v_1 \\[F_{masa1}] &= F_{muelle1} + F_{amortiguador} \\[a_1] &= \frac{F_{masa1}}{m_1} \\[derv_1] &= a_1\end{aligned}$$

# 4 El algoritmo de la simulación (4/5)

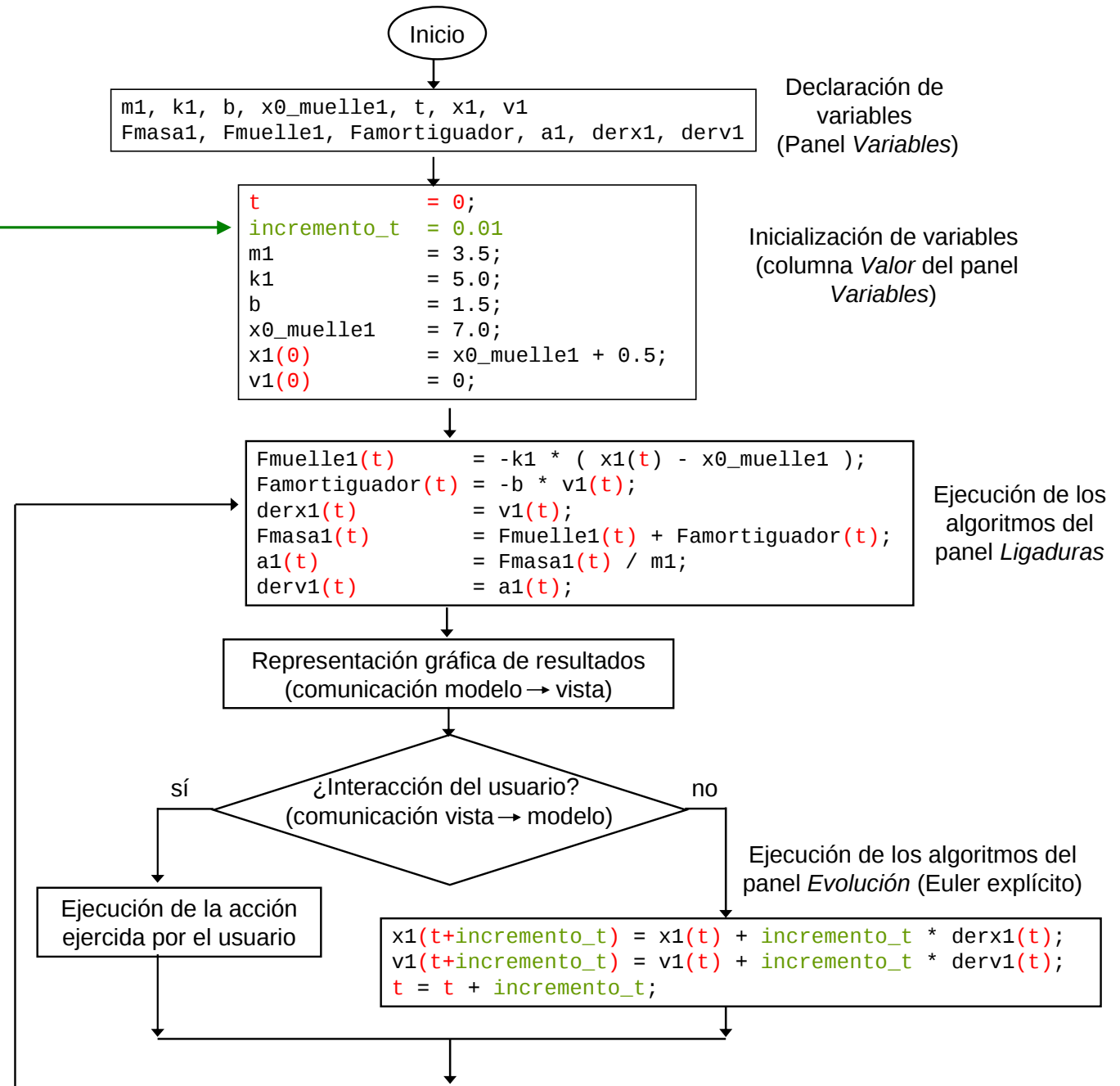
## Algoritmo de la simulación:



# 4 El algoritmo de la simulación (5/5)

## Algoritmo de la simulación:

Tamaño del paso del método de integración



# 5 Los métodos de integración de Ejs (1/2)

---

Ejs soporta 4 métodos de integración:

- Euler explícito:

$$x_{i+1} = x_i + f(x_i, t_i) \cdot \Delta t$$

- Punto medio (Euler-Richardson):

$$x_{med} = x_i + f(x_i, t_i) \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

$$x_{i+1} = x_i + f\left(x_{med}, t_i + \frac{\Delta t}{2}\right) \cdot \Delta t$$

- Runge-Kutta (4º orden):

$$k_1 = \Delta t \cdot f(x_i, t_i)$$

$$k_2 = \Delta t \cdot f\left(x_i + \frac{k_1}{2}, t_i + \frac{\Delta t}{2}\right)$$

$$k_3 = \Delta t \cdot f\left(x_i + \frac{k_2}{2}, t_i + \frac{\Delta t}{2}\right)$$

$$k_4 = \Delta t \cdot f(x_i + k_3, t_i + \Delta t)$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3} + \frac{k_4}{6}$$

- Runge-Kutta-Fehlberg (4º-5º orden)

Funciones de paso para la ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

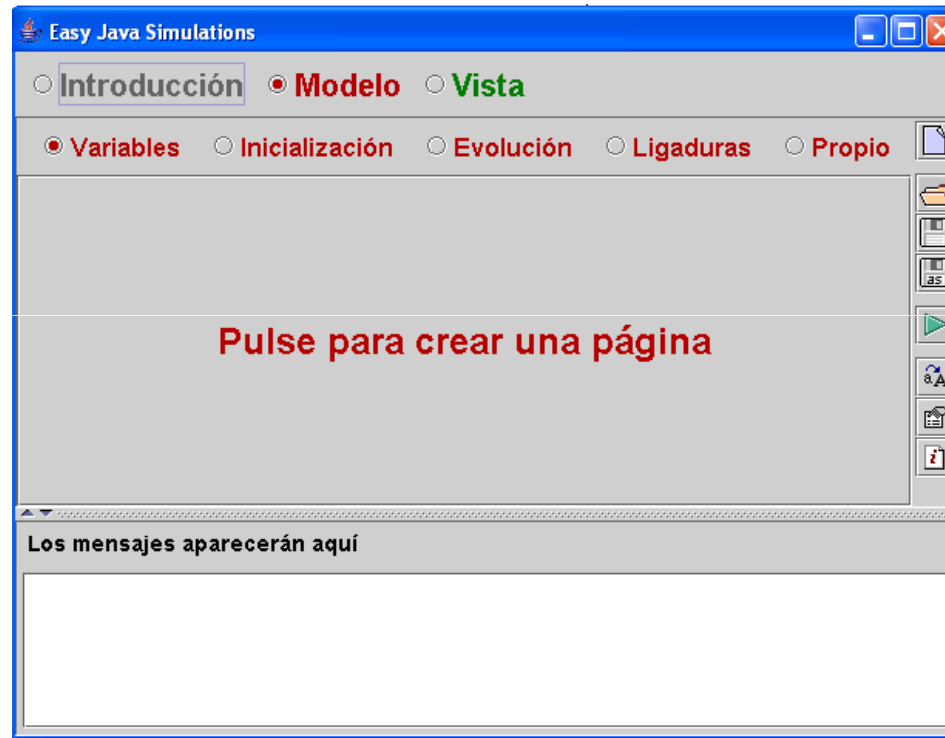
## 5 Los métodos de integración de Ejs (2/2)

---

El código que genera Ejs para una página EDO del panel Evolución realiza las dos tareas siguientes:

1. Calcula el valor de las variables de estado en el instante  $t+\Delta t$ , a partir de los valores de las variables del modelo calculados en  $t$ .
2. Incrementa el valor de la variable  $t$  en  $\Delta t$ .
  - En un laboratorio no puede haber más de una página EDO.
  - Si el laboratorio no contiene ninguna página EDO, el programador del modelo debe gestionar por sí mismo el incremento de la variable tiempo.

# 6 Declaración e inicialización de las variables (1/3)



Existen múltiples formas de definir las variables en el panel *Variables*. Una de ellas es definir las páginas de modo que agrupen los diferentes tipos de variables:

- tiempo
- parámetros
- estados
- variables algebraicas
- derivadas

## 6 Declaración e inicialización de las variables (2/3)

Tamaño del paso de  
integración →

☒ Variables ☐ Inicialización ☐ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

**tiempo**

| Nombre       | Valor | Tipo   | Dimensión |
|--------------|-------|--------|-----------|
| t            | 0.0   | double |           |
| incremento_t | 0.01  | double |           |

☒ Variables ☐ Inicialización ☐ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

**tiempo** **parámetros**

| Nombre     | Valor | Tipo   | Dimensión |
|------------|-------|--------|-----------|
| b          | 1.5   | double |           |
| k1         | 5.0   | double |           |
| m1         | 3.5   | double |           |
| x0_muelle1 | 7     | double |           |

☒ Variables ☐ Inicialización ☐ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

**tiempo** **parámetros** **estados**

| Nombre | Valor          | Tipo   | Dimensión |
|--------|----------------|--------|-----------|
| x1     | x0_muelle1+0.5 | double |           |
| v1     | 0.0            | double |           |

## 6 Declaración e inicialización de las variables (3/3)

☒ Variables   ☐ Inicialización   ☐ Evolución   ☐ Ligaduras   ☐ Propio

**tiempo**   parámetros   estados   algebraicas

| Nombre        | Valor | Tipo   | Dimensión |
|---------------|-------|--------|-----------|
| a1            |       | double |           |
| Famortiguador |       | double |           |
| Fmasa1        |       | double |           |
| Fmuelle1      |       | double |           |

☒ Variables   ☐ Inicialización   ☐ Evolución   ☐ Ligaduras   ☐ Propio

**tiempo**   parámetros   estados   algebraicas   derivadas

| Nombre | Valor | Tipo   | Dimensión |
|--------|-------|--------|-----------|
| derx1  |       | double |           |
| derv1  |       | double |           |

# 7 Definición del modelo

$$\begin{aligned} [F_{muelle1}] &= -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1}) \\ [F_{amortiguador}] &= -b \cdot v_1 \\ [derx_1] &= v_1 \\ [F_{masa1}] &= F_{muelle1} + F_{amortiguador} \\ [a_1] &= \frac{F_{masa1}}{m_1} \\ [derv_1] &= a_1 \end{aligned}$$

☐ Variables
 ☐ Inicialización
 ☐ Evolución
 ☒ Ligaduras
 ☐ Propio

**modelo matematico**

```

Fmuelle1 = -k1 * ( x1 - x0_muelle1 );
Famortiguador = -b * v1;
derx1 = v1;
Fmasa1 = Fmuelle1 + Famortiguador;
a1 = Fmasa1 / m1;
derv1 = a1;
    
```

$$\frac{d[x_1]}{dt} = derx_1$$

$$\frac{d[v_1]}{dt} = derv_1$$

☐ Variables
 ☐ Inicialización
 ☒ Evolución
 ☐ Ligaduras
 ☐ Propio

**cálculo estados**

Var. Indep. 
 Incremento

| Estado              | Derivada |
|---------------------|----------|
| $\frac{dx_1}{dt} =$ | derx1    |
| $\frac{dv_1}{dt} =$ | derv1    |

Imágenes **por segundo**

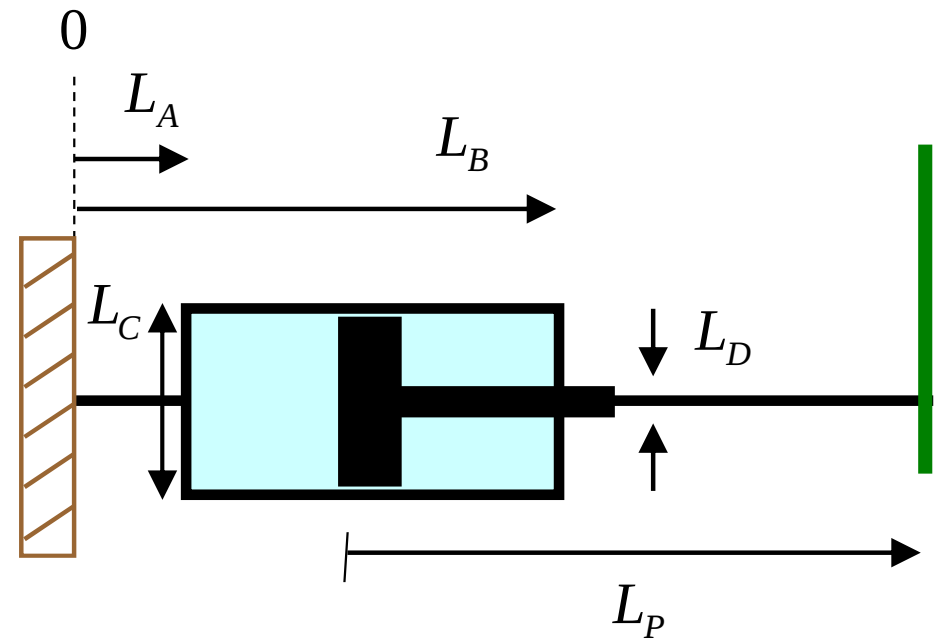
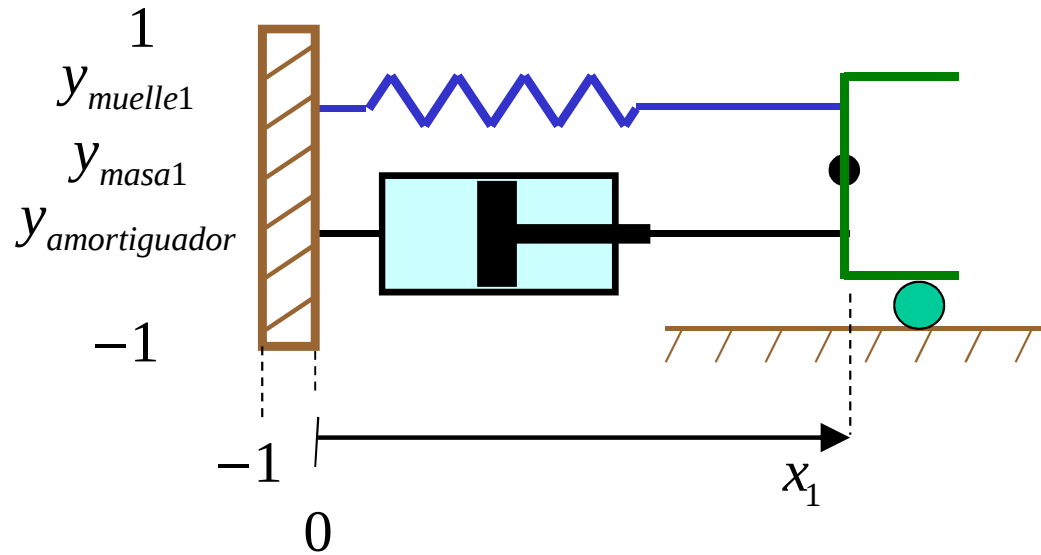
☒ Arranque

Método: **Punto medio (Euler-Richardson)**
 Tolerancia 
 Eventos

Comentario

# 8 Definición de la Vista (1/12)

Variables:

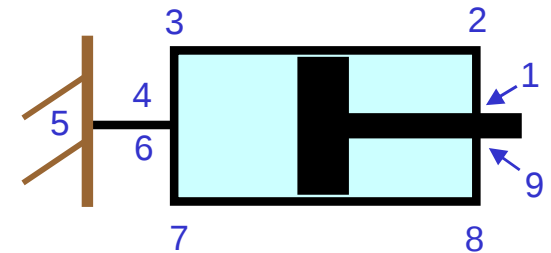


☒ Variables ☐ Inicialización ☐ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

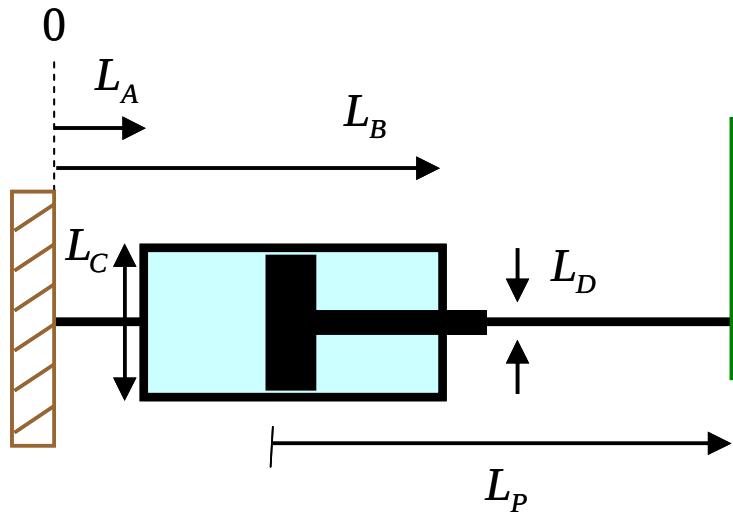
tiempo parámetros estados algebraicas derivadas vista

| Nombre             | Valor | Tipo   | Dimensión |
|--------------------|-------|--------|-----------|
| yMasa1             | 0     | double |           |
| LA                 | 0.5   | double |           |
| LB                 | 5     | double |           |
| LC                 | 0.5   | double |           |
| LD                 | 0.1   | double |           |
| x_amortiguadorFijo |       | double | 9         |
| y_amortiguadorFijo |       | double | 9         |
| yAmortiguador      | -0.25 | double |           |
| LP                 | 4     | double |           |
| yMuelle1           | 0.5   | double |           |

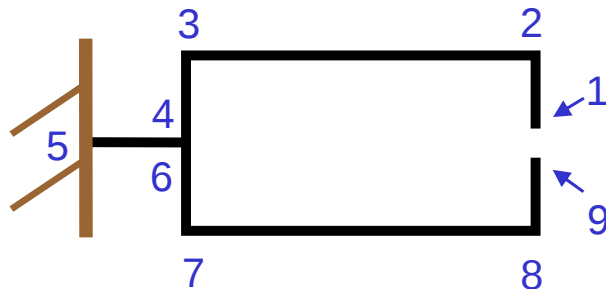
Vectores para la definición de la parte fija del amortiguador (objeto de clase *Poligono*):



# 8 Definición de la Vista (2/12)



Vectores para la definición de la parte fija del amortiguador (objeto de clase *Poligono*):



☐ Introducción
 ☒ Modelo
 ☐ Vista

☐ Variables
 ☒ Inicialización
 ☐ Evolución
 ☐ Ligaduras
 ☐ Propio

vista amortiguador

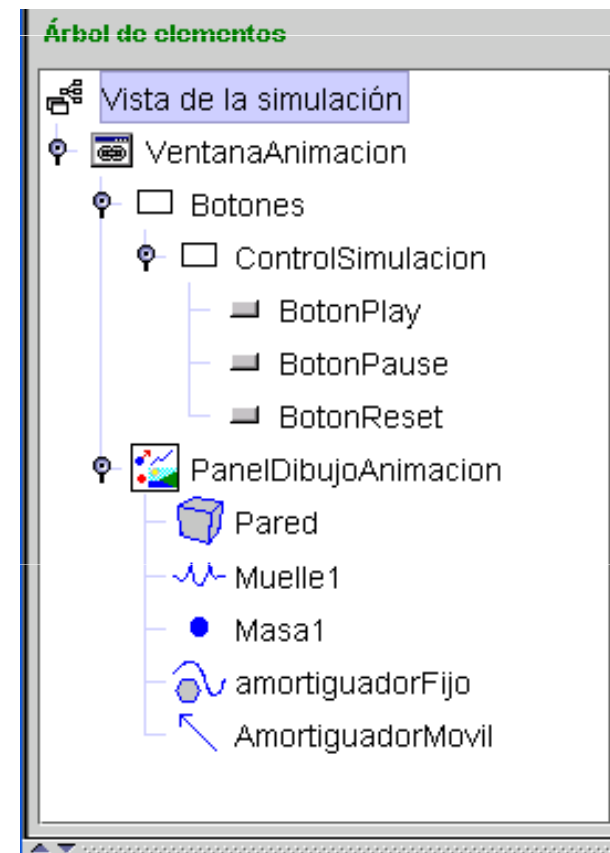
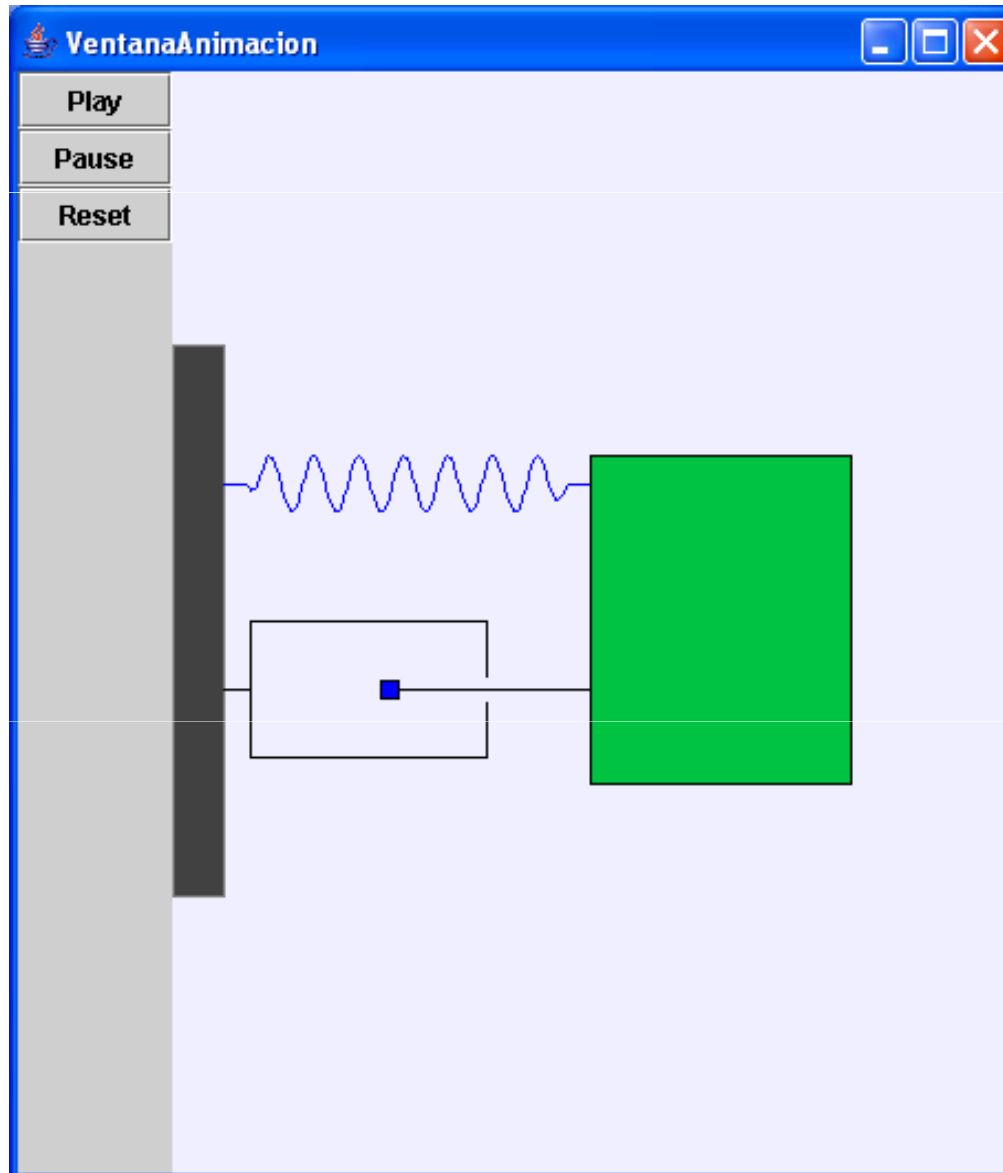
```

x_amortiguadorFijo[0] = LB;
x_amortiguadorFijo[1] = LB;
x_amortiguadorFijo[2] = LA;
x_amortiguadorFijo[3] = LA;
x_amortiguadorFijo[4] = 0;
x_amortiguadorFijo[5] = LA;
x_amortiguadorFijo[6] = LA;
x_amortiguadorFijo[7] = LB;
x_amortiguadorFijo[8] = LB;

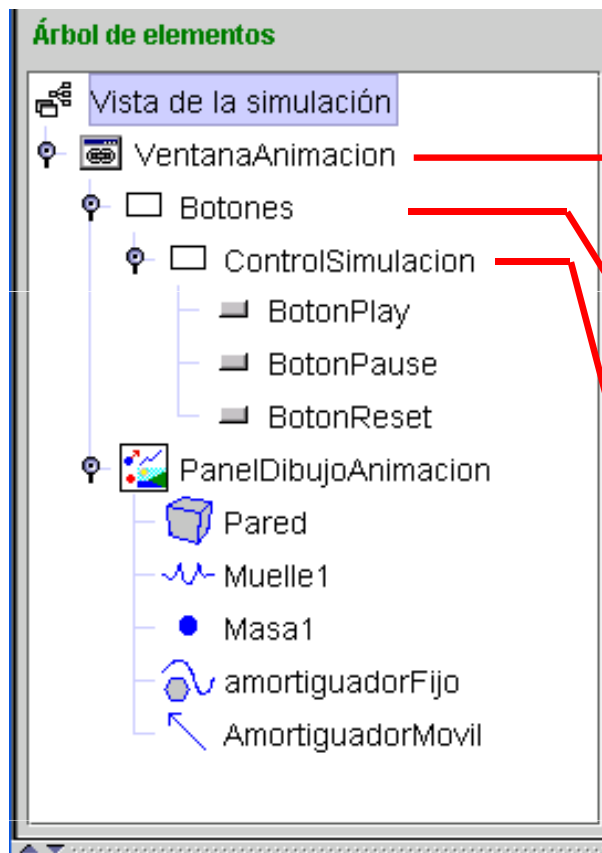
y_amortiguadorFijo[0] = yAmortiguador + LD/2;
y_amortiguadorFijo[1] = yAmortiguador + LC/2;
y_amortiguadorFijo[2] = yAmortiguador + LC/2;
y_amortiguadorFijo[3] = yAmortiguador;
y_amortiguadorFijo[4] = yAmortiguador;
y_amortiguadorFijo[5] = yAmortiguador;
y_amortiguadorFijo[6] = yAmortiguador - LC/2;
y_amortiguadorFijo[7] = yAmortiguador - LC/2;
y_amortiguadorFijo[8] = yAmortiguador - LD/2 ;
    
```

# 8 Definición de la Vista (3/12)

Aspecto de la Vista:



# 8 Definición de la Vista (4/12)



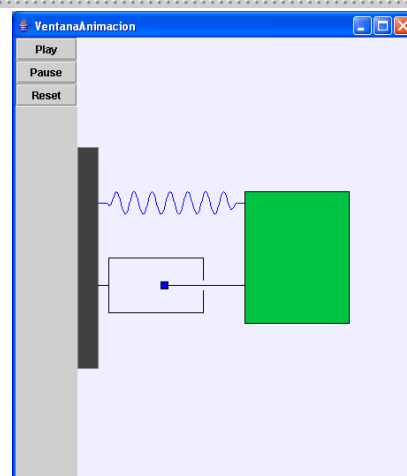
Propiedades del elemento VentanaAnimacion

| Principales        |                  | Aspecto Gráfico |  |
|--------------------|------------------|-----------------|--|
| Título             | VentanaAnimacion | Fondo           |  |
| Distribución       | border           | Color           |  |
| Visible            | true             | Fuente          |  |
| Situación y Tamaño |                  |                 |  |
| Situación          |                  |                 |  |
| Tamaño             | 451,500          |                 |  |
| Redimensionable    |                  |                 |  |

Propiedades del elemento Botones

| Principales  |        | Aspecto Gráfico |  |
|--------------|--------|-----------------|--|
| Distribución | border | Fondo           |  |
| Visible      |        | Color           |  |
| Tamaño       |        | Fuente          |  |
| Márgenes     |        | Ayuda           |  |

Pos:  
izqda

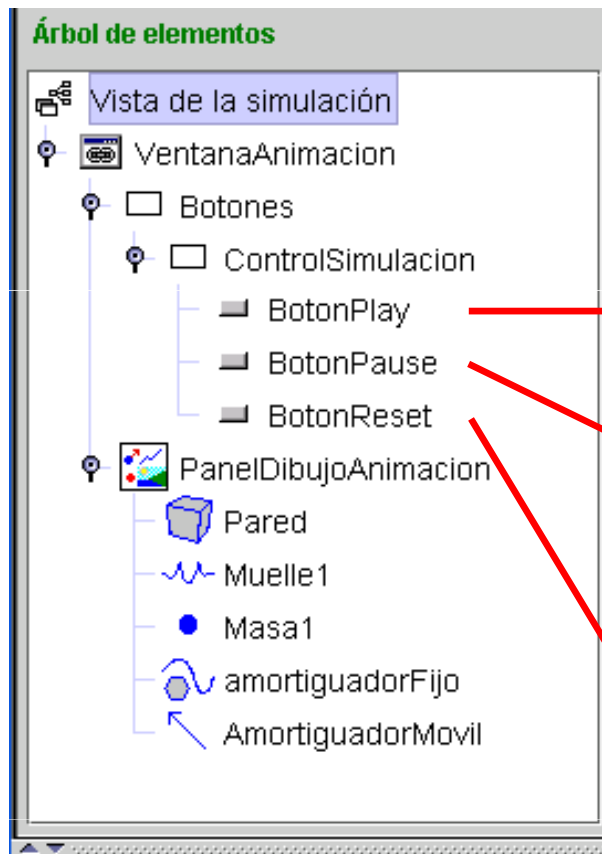


Propiedades del elemento ControlSimulacion

| Principales  |        | Aspecto Gráfico |  |
|--------------|--------|-----------------|--|
| Distribución | border | Fondo           |  |
| Visible      |        | Color           |  |
| Tamaño       |        | Fuente          |  |
| Márgenes     |        | Ayuda           |  |

Pos:  
arriba

# 8 Definición de la Vista (5/12)



Propiedades del elemento BotonPlay

| Principales |         |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |
|-------------|---------|--|--|-----------------|--|--|--|
| Texto       | Play    |  |  | Tamaño          |  |  |  |
| Imagen      |         |  |  | Fondo           |  |  |  |
| Alineación  |         |  |  | Color           |  |  |  |
| Activo      |         |  |  | Fuente          |  |  |  |
| Acción      | _play() |  |  | Ayuda           |  |  |  |

Pos:  
arriba

Propiedades del elemento BotonPause

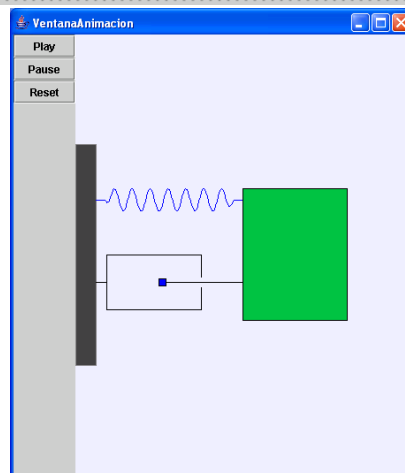
| Principales |          |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |
|-------------|----------|--|--|-----------------|--|--|--|
| Texto       | Pause    |  |  | Tamaño          |  |  |  |
| Imagen      |          |  |  | Fondo           |  |  |  |
| Alineación  |          |  |  | Color           |  |  |  |
| Activo      |          |  |  | Fuente          |  |  |  |
| Acción      | _pause() |  |  | Ayuda           |  |  |  |

Pos:  
centro

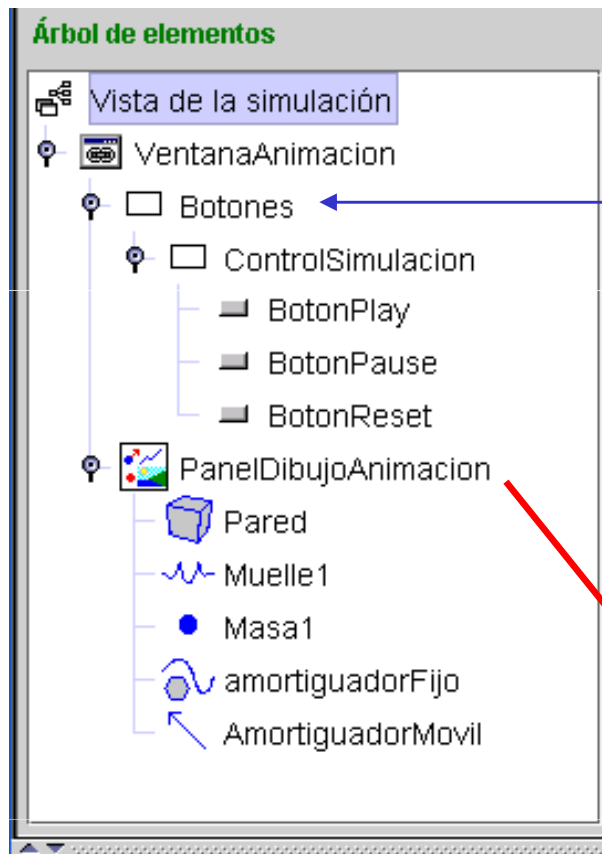
Propiedades del elemento BotonReset

| Principales |          |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |
|-------------|----------|--|--|-----------------|--|--|--|
| Texto       | Reset    |  |  | Tamaño          |  |  |  |
| Imagen      |          |  |  | Fondo           |  |  |  |
| Alineación  |          |  |  | Color           |  |  |  |
| Activo      |          |  |  | Fuente          |  |  |  |
| Acción      | _reset() |  |  | Ayuda           |  |  |  |

Pos:  
abajo

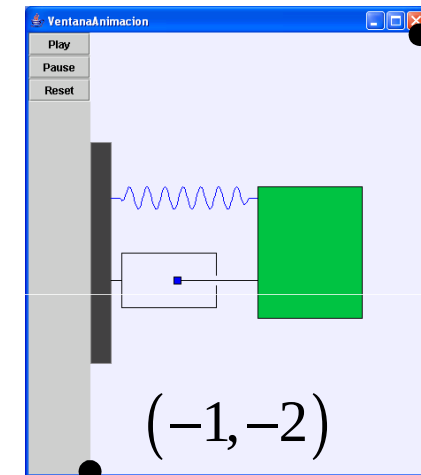


# 8 Definición de la Vista (6/12)



Pos:  
izqda

Área de dibujo:



(15,2)

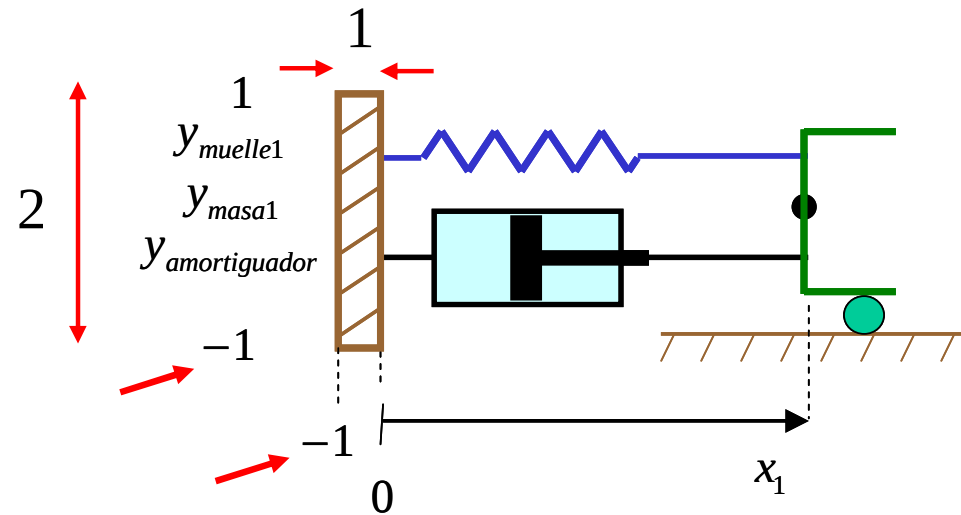
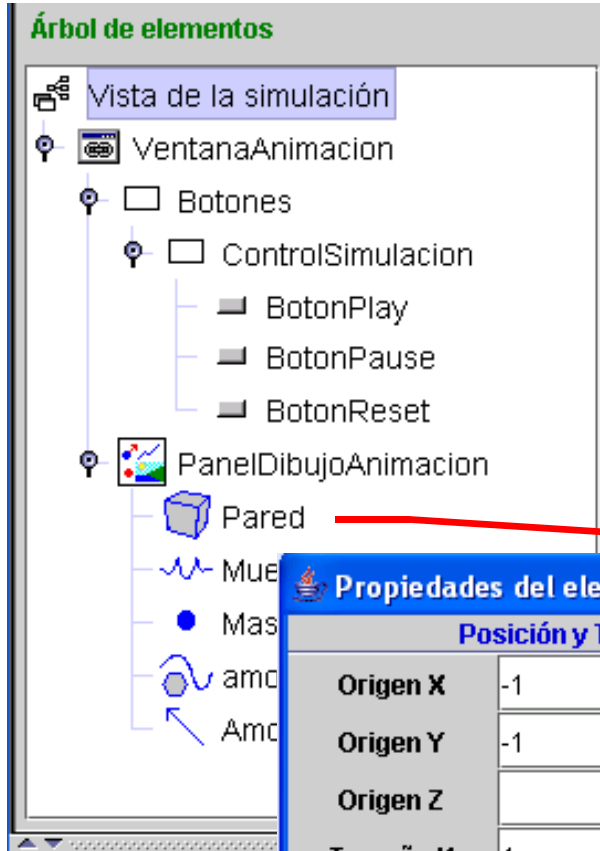
(-1,-2)

Propiedades del elemento PanelDibujoAnimacion

| Escalas      |       |  |  | Configuración   |  |  |  |
|--------------|-------|--|--|-----------------|--|--|--|
| Autoescala X | false |  |  | Cuadrado        |  |  |  |
| Autoescala Y | false |  |  | Espacios        |  |  |  |
| Mínimo X     | -1.0  |  |  | Coordenadas     |  |  |  |
| Máximo X     | 15.0  |  |  | Formato X       |  |  |  |
| Mínimo Y     | -2.0  |  |  | Formato Y       |  |  |  |
| Máximo Y     | 2.0   |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |
| Interacción  |       |  |  | Tamaño          |  |  |  |
| X            |       |  |  | Fondo           |  |  |  |
| Y            |       |  |  | Color           |  |  |  |
| Al Pulsar    |       |  |  | Fuente          |  |  |  |
| Al Mover     |       |  |  | Ayuda           |  |  |  |
| Al Soltar    |       |  |  |                 |  |  |  |

Pos:  
centro

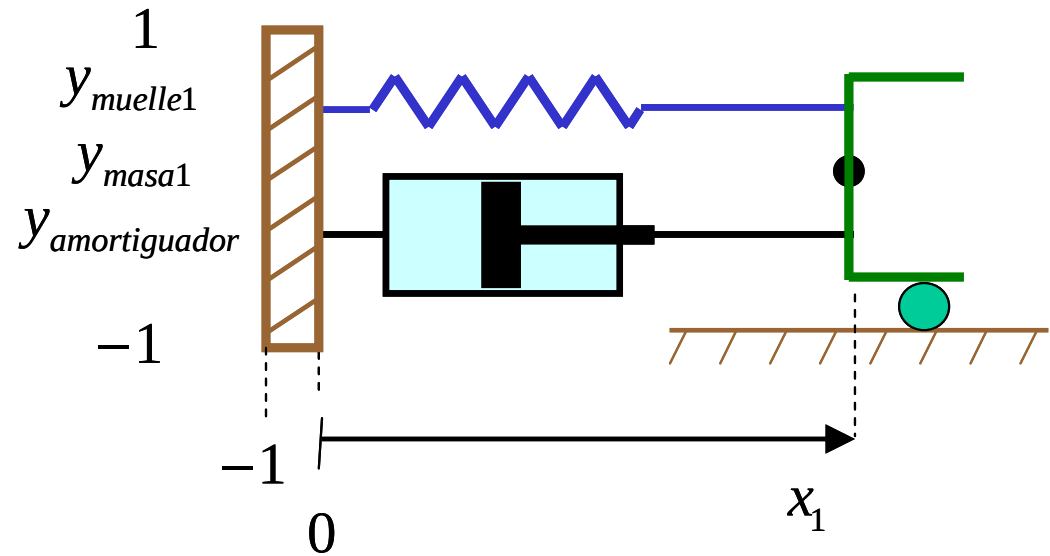
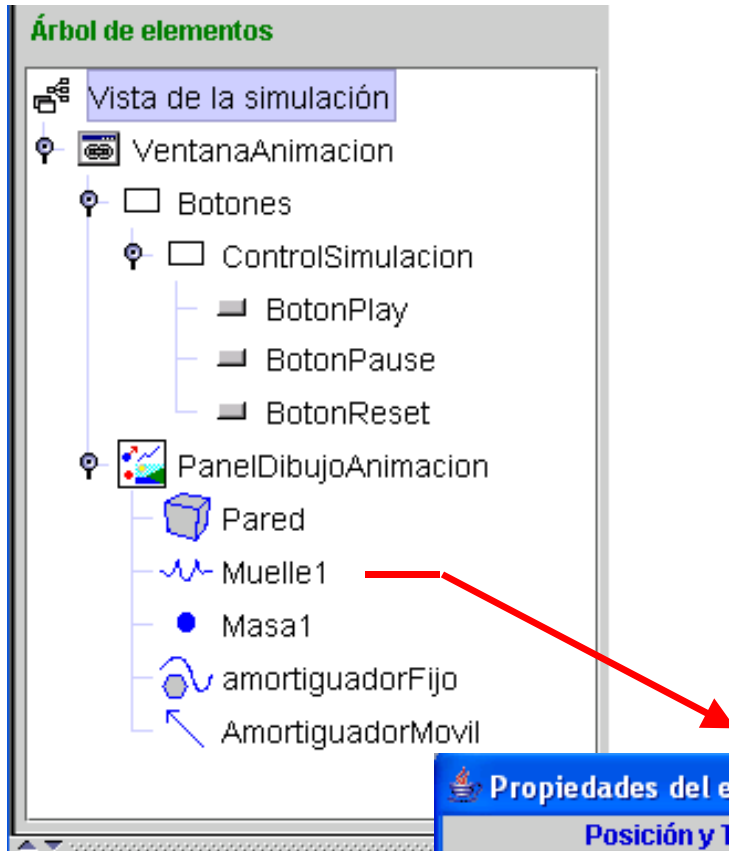
# 8 Definición de la Vista (7/12)



**Propiedades del elemento Pared**

| Posición y Tamaño         |       | Configuración   |  | Aspecto Gráfico |          |
|---------------------------|-------|-----------------|--|-----------------|----------|
| Origen X                  | -1    | Cerrar Abajo    |  | Color Línea     | gray     |
| Origen Y                  | -1    | Cerrar Arriba   |  | Color Relleno   | darkGray |
| Origen Z                  |       |                 |  | Grosor          |          |
| Tamaño X                  | 1     |                 |  | Resolución      |          |
| Tamaño Y                  | 2     |                 |  | Desplazamiento  |          |
| Tamaño Z                  |       |                 |  | Transp Interior |          |
| Visibilidad e Interacción |       | Color Avanzado  |  |                 |          |
| Visible                   |       | Origen Color    |  |                 |          |
| Movible                   | false | Dirección Color |  |                 |          |
| Dimensionable             | false | Niveles Color   |  |                 |          |
| Al Pulsar                 |       | Colores         |  |                 |          |
| Al Mover                  |       | Nivel Abajo     |  |                 |          |
| Al Soltar                 |       |                 |  |                 |          |

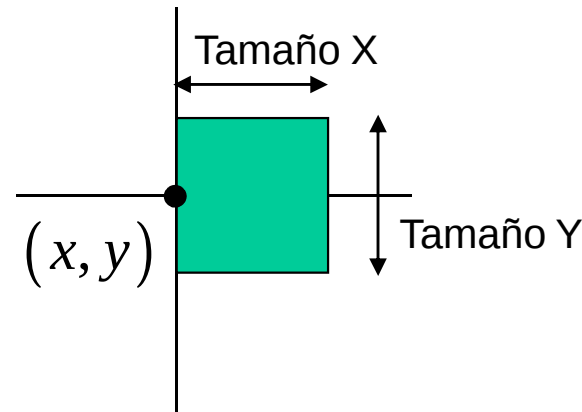
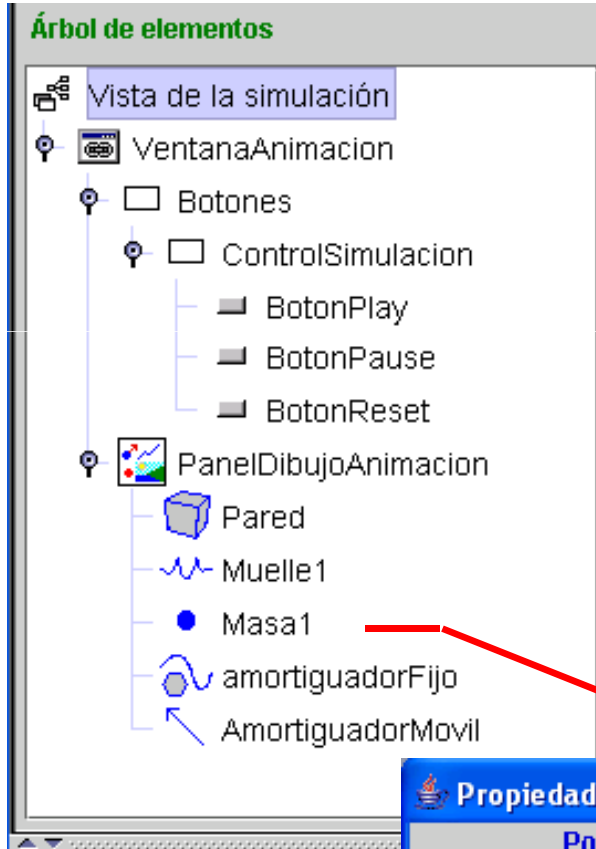
# 8 Definición de la Vista (8/12)



**Propiedades del elemento Muelle1**

| Posición y Tamaño |          |  | Visibilidad e Interacción                             |       |  | Aspecto Gráfico |      |  |
|-------------------|----------|--|-------------------------------------------------------|-------|--|-----------------|------|--|
| X                 | 0        |  | Visible                                               |       |  | Radio           |      |  |
| Y                 | yMuelle1 |  | Activo                                                | false |  | Color Línea     | blue |  |
| Z                 |          |  | Movible                                               |       |  | Grosor          |      |  |
| Tamaño X          | x1       |  | <b>Acciones</b><br>Al Pulsar<br>Al Mover<br>Al Soltar |       |  | Resolución      |      |  |
| Tamaño Y          | 0        |  |                                                       |       |  |                 |      |  |
| Tamaño Z          |          |  |                                                       |       |  |                 |      |  |
| Escala X          |          |  |                                                       |       |  |                 |      |  |
| Escala Y          |          |  |                                                       |       |  |                 |      |  |
| Escala Z          |          |  |                                                       |       |  |                 |      |  |

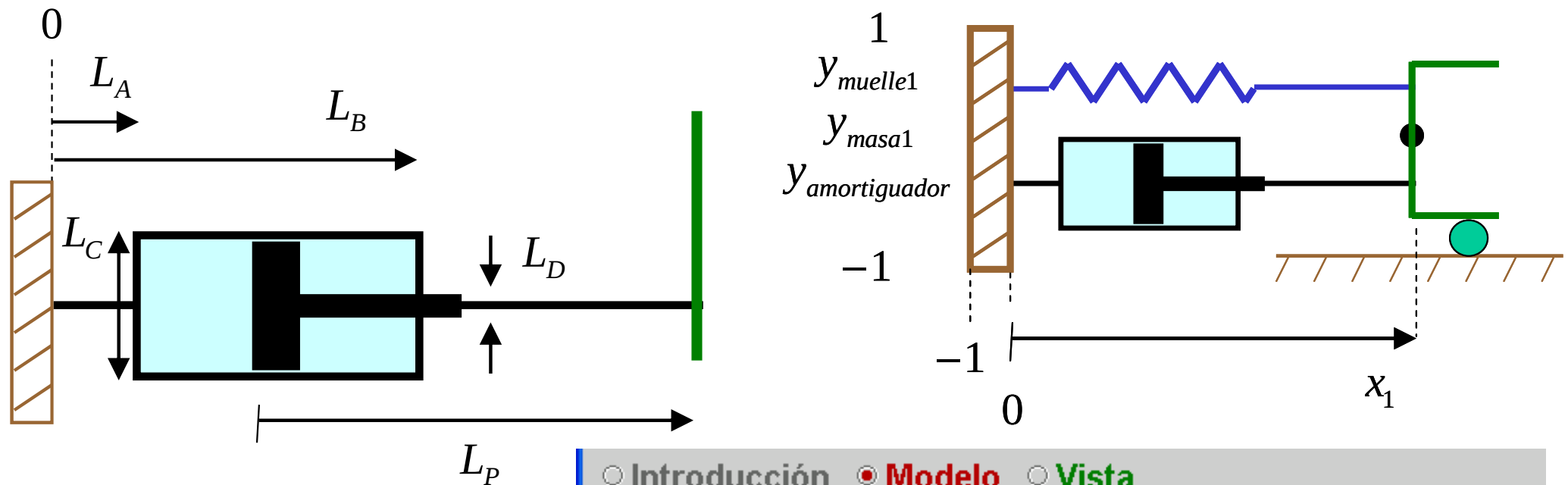
# 8 Definición de la Vista (9/12)



Propiedades del elemento Masa1

| Posición y Tamaño |        |  | Visibilidad e Interacción |         |        | Aspecto Gráfico |               |               |          |  |
|-------------------|--------|--|---------------------------|---------|--------|-----------------|---------------|---------------|----------|--|
| X                 | x1     |  | Visible                   |         |        | Estilo          | RECTANGLE     |               |          |  |
| Y                 | yMasa1 |  | Activo                    | true    |        | Posición        | WEST          |               |          |  |
| Z                 |        |  | <b>Acciones</b>           |         |        | Girar           |               |               |          |  |
| Tamaño X          | 5      |  |                           |         |        | Al Pulsar       | _pause()      | Color Relleno | 0,192,64 |  |
| Tamaño Y          | 1.2    |  |                           |         |        | Al Mover        | mover_masa1() | Color Línea   |          |  |
| Tamaño Z          |        |  | Al Soltar                 | _play() | Grosor |                 |               |               |          |  |
| Escala X          |        |  |                           |         |        |                 |               |               |          |  |
| Escala Y          |        |  |                           |         |        |                 |               |               |          |  |
| Escala Z          |        |  |                           |         |        |                 |               |               |          |  |

# 8 Definición de la Vista (10/12)

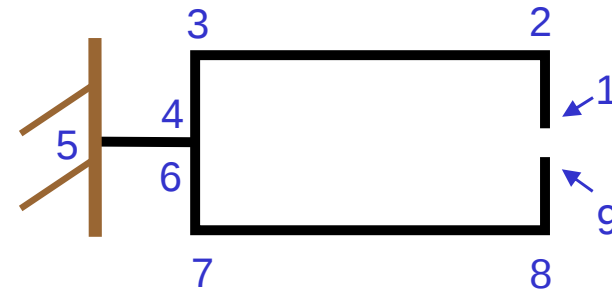
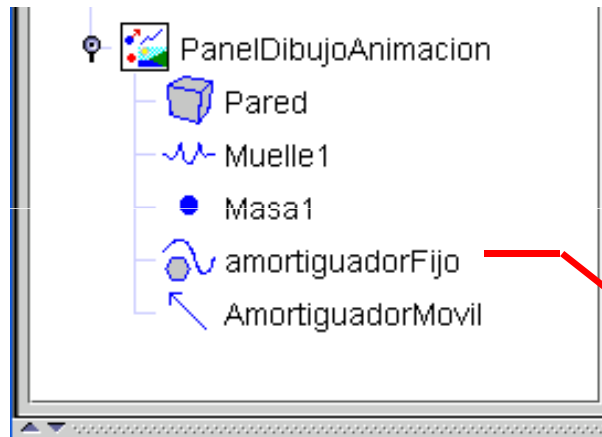


Propiedades del elemento *masa1*

| Acciones  |                            |  |
|-----------|----------------------------|--|
| Al Pulsar | <code>_pause()</code>      |  |
| Al Mover  | <code>mover_masa1()</code> |  |
| Al Soltar | <code>_play()</code>       |  |

```
○ Introducción ● Modelo ○ Vista  
○ Variables ○ Inicialización ○ Evolución ○ Ligaduras ● Propio  
mover masa1  
public void mover_masa1 () {  
    yMasa1 = 0;  
    if ( x1 > LB + LP ) {  
        x1 = LB + LP;  
    }  
    if (x1 < LA + LP) {  
        x1 = LA + LP;  
    }  
    if (x1 < LB) {  
        x1 = LB;  
    }  
}
```

# 8 Definición de la Vista (11/12)



**Propiedades del elemento amortiguadorFijo**

| Entrada                  |                    | Visibilidad e Interacción |  | Configuración          |       |
|--------------------------|--------------------|---------------------------|--|------------------------|-------|
| Puntos                   | 9                  | Visible                   |  | Conectado              |       |
| X                        | x_amortiguadorFijo | Movible                   |  | Cerrado                | false |
| Y                        | y_amortiguadorFijo | Dimensionable             |  | Vértices Fijos         |       |
| Z                        |                    | Al Pulsar                 |  | <b>Aspecto Gráfico</b> |       |
| <b>Posición y Tamaño</b> |                    | Al Mover                  |  | Color Relleno          | white |
| Posición X               |                    | Al Soltar                 |  | Color Línea            |       |
| Posición Y               |                    |                           |  | Grosor                 |       |
| Posición Z               |                    |                           |  |                        |       |
| Tamaño X                 |                    |                           |  |                        |       |
| Tamaño Y                 |                    |                           |  |                        |       |
| Tamaño Z                 |                    |                           |  |                        |       |

# 8 Definición de la Vista (12/12)

The diagram illustrates a mechanical system and its configuration in a software environment. The system consists of a mass (Masa1) connected to a fixed wall (Pared) by a spring (Muelle1) and a damper (amortiguadorFijo). The displacement of the mass is denoted by  $x_1$ , and the length of the spring is  $L_P$ . The damper is labeled  $y_{amortiguador}$  and  $0$ .

The software interface shows a tree view on the left with the following elements:

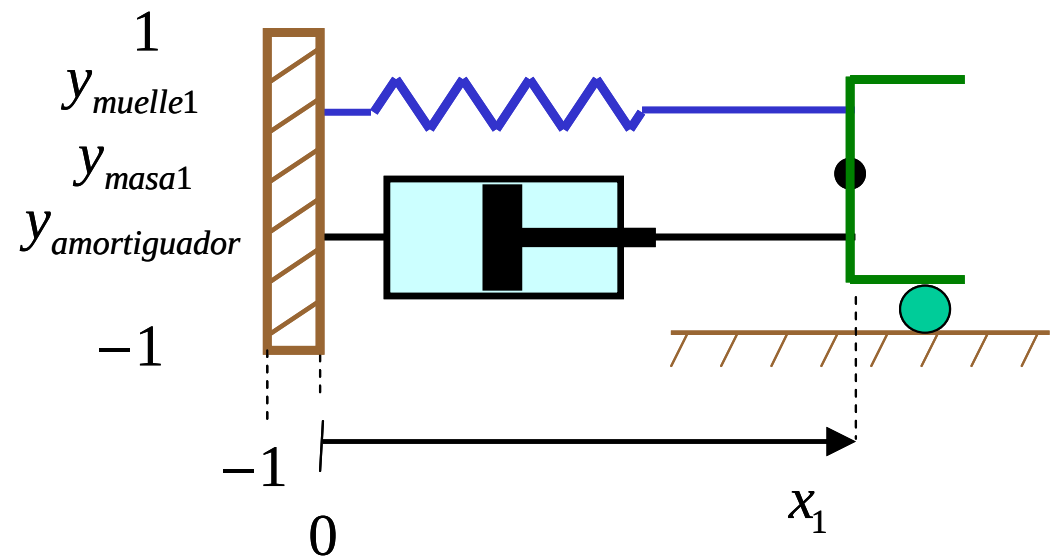
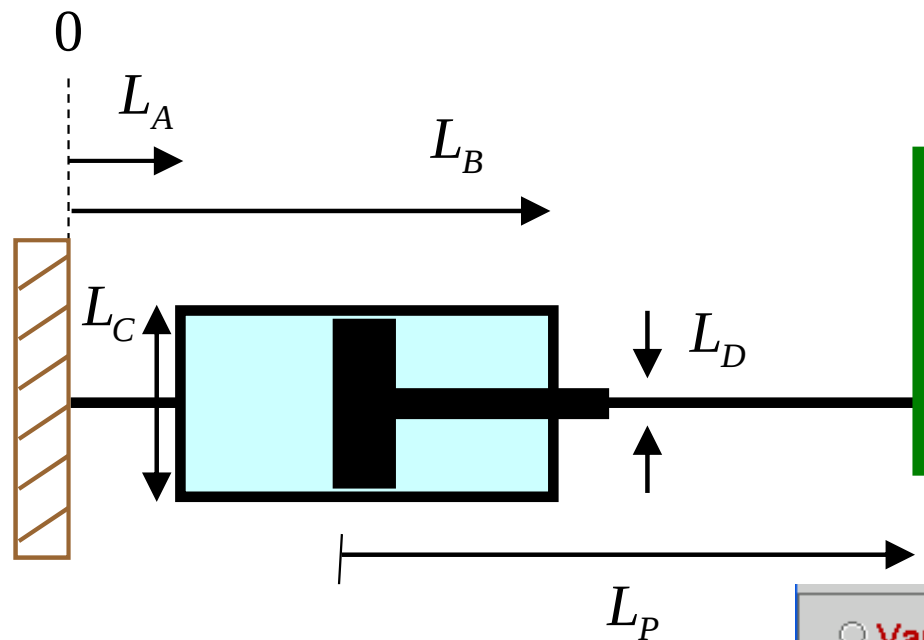
- PanelDibujoAnimacion
- Pared
- Muelle1
- Masa1
- amortiguadorFijo
- AmortiguadorMovil

A red arrow points from the **AmortiguadorMovil** element to the **Propiedades del elemento AmortiguadorMovil** dialog box. This dialog box has three tabs: **Posición y Tamaño**, **Visibilidad e Interacción**, and **Aspecto Gráfico**. The **Aspecto Gráfico** tab is active, showing the following settings:

| Posición y Tamaño |               | Visibilidad e Interacción                             |       | Aspecto Gráfico |     |
|-------------------|---------------|-------------------------------------------------------|-------|-----------------|-----|
| X                 | x1            | Visible                                               |       | Estilo          | BOX |
| Y                 | yAmortiguador | Activo                                                | false | Color Línea     |     |
| Z                 |               | Movible                                               | false | Color Relleno   |     |
| Tamaño X          | -LP           | <b>Acciones</b><br>Al Pulsar<br>Al Mover<br>Al Soltar |       | Grosor          |     |
| Tamaño Y          | 0             |                                                       |       | Resolución      |     |
| Tamaño Z          |               |                                                       |       |                 |     |
| Escala X          |               |                                                       |       |                 |     |
| Escala Y          |               |                                                       |       |                 |     |
| Escala Z          |               |                                                       |       |                 |     |

A red arrow points from the **Elige una opción** dialog box to the **Aspecto Gráfico** tab. This dialog box has three options: **Flecha**, **Segmento**, and **Cajita**. The **Cajita** option is selected.

# 9 Modelado de la ligadura en el desplazamiento



☐ Variables ☐ Inicialización ☒ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

**Imágenes por segundo**

MAX

20

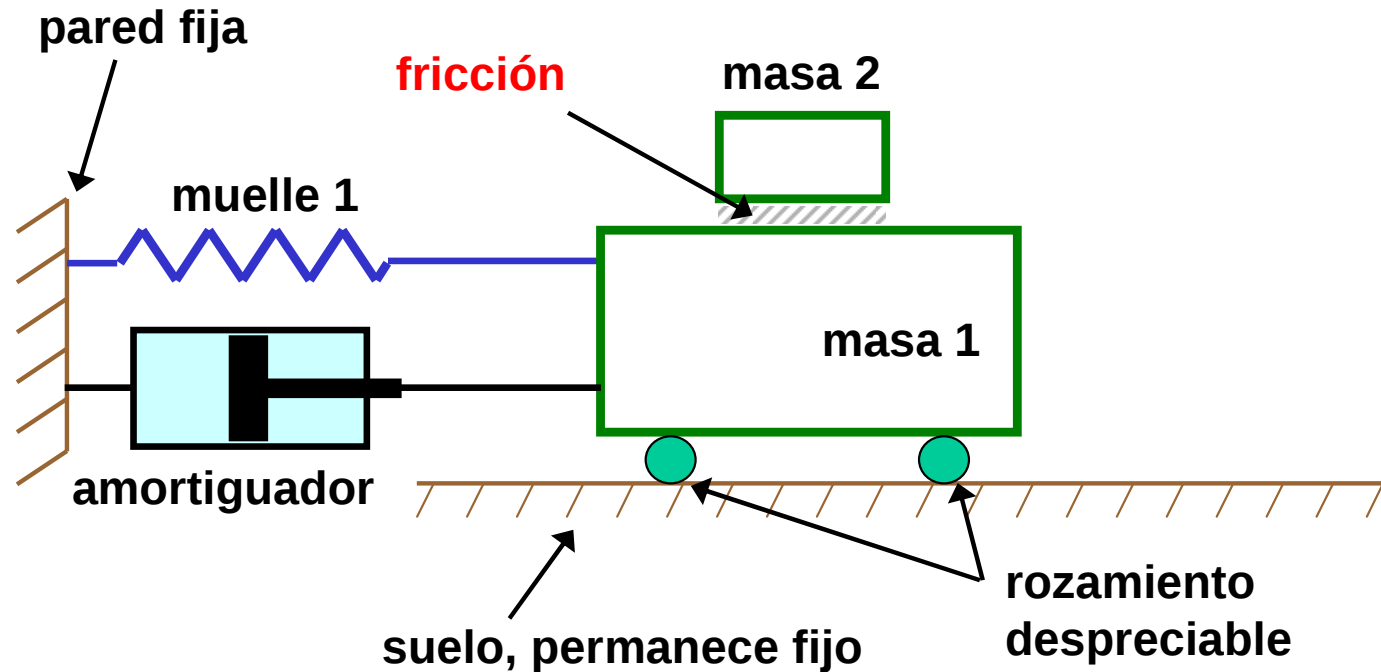
15

10

**cálculo estados** **ligaduras desplazamiento**

```
if ( x1 < LA + LP ) {  
    x1 = LA + LP;  
    v1 = 0;  
}  
  
if ( x1 > LB + LP ) {  
    x1 = LB + LP;  
    v1 = 0;  
}  
  
if ( x1 < LB ) {  
    x1 = LB;  
    v1 = 0;  
}
```

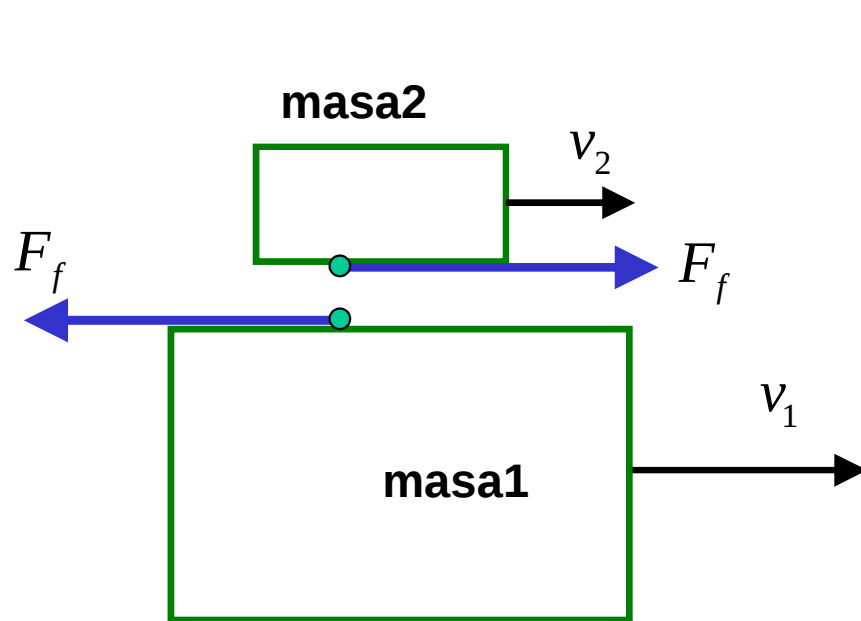
# 10 Modelado de la fricción (1/12)



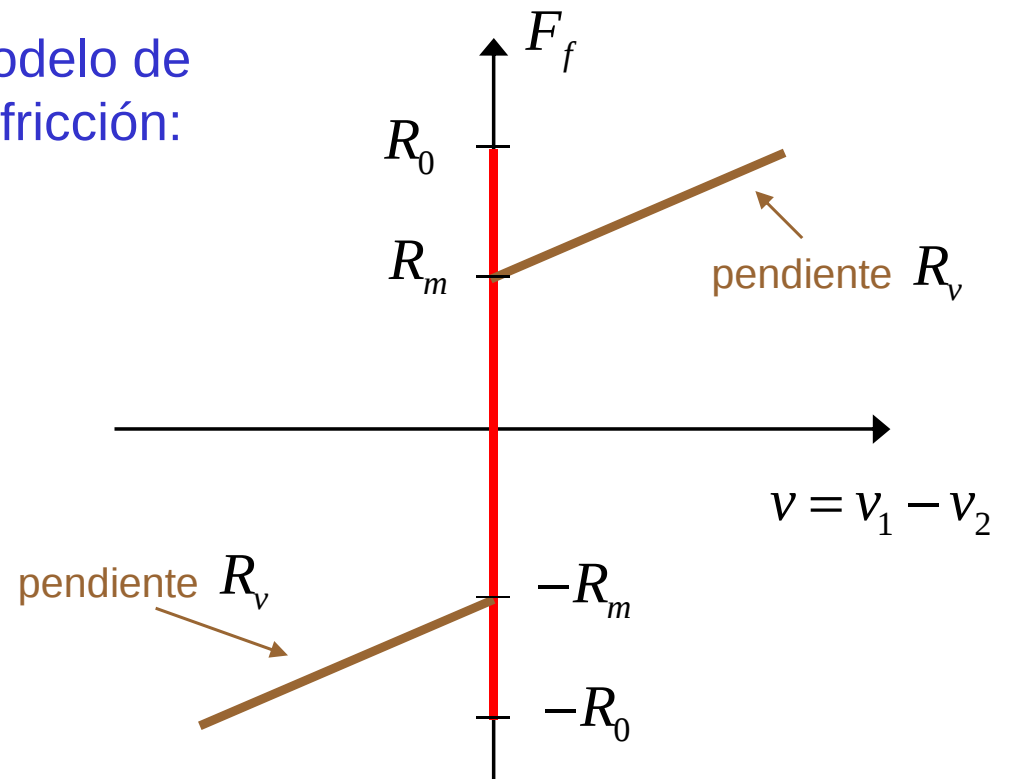
*SistemaMecanicoCompleto.xml*

El objeto *masa2* desliza sobre el objeto *masa1*.  
Existe una fuerza de fricción entre ambos.

# 10 Modelado de la fricción (2/12)



Modelo de la fricción:

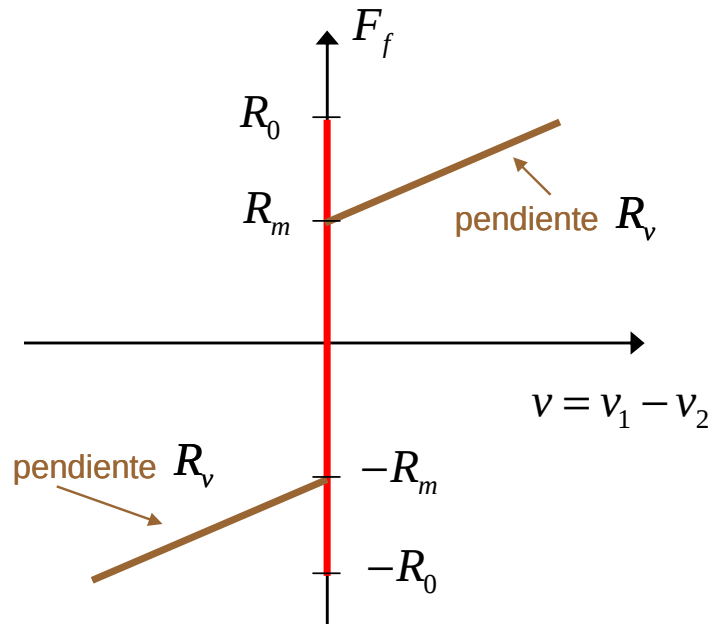


Cuando la velocidad relativa entre ambas superficies es diferente de cero ( $v \neq 0$ ), hay una fuerza de **fricción dinámica**:

$$F_f = \begin{cases} R_v \cdot v + R_m & \text{si } v > 0 \\ R_v \cdot v - R_m & \text{si } v < 0 \end{cases}$$

Cuando la velocidad relativa entre ambas superficies es cero ( $v = 0$ ), la fuerza de **fricción estática** se opone a que la velocidad se haga diferente de cero, siempre que para ello sea preciso una fuerza de magnitud menor o igual que  $R_0$ .

# 10 Modelado de la fricción (3/12)



En la conmutación entre fricción estática y dinámica:

$$|F_f| = R_0$$

Fricción estática  
en el límite

$$v = a = 0$$

(acoplado)



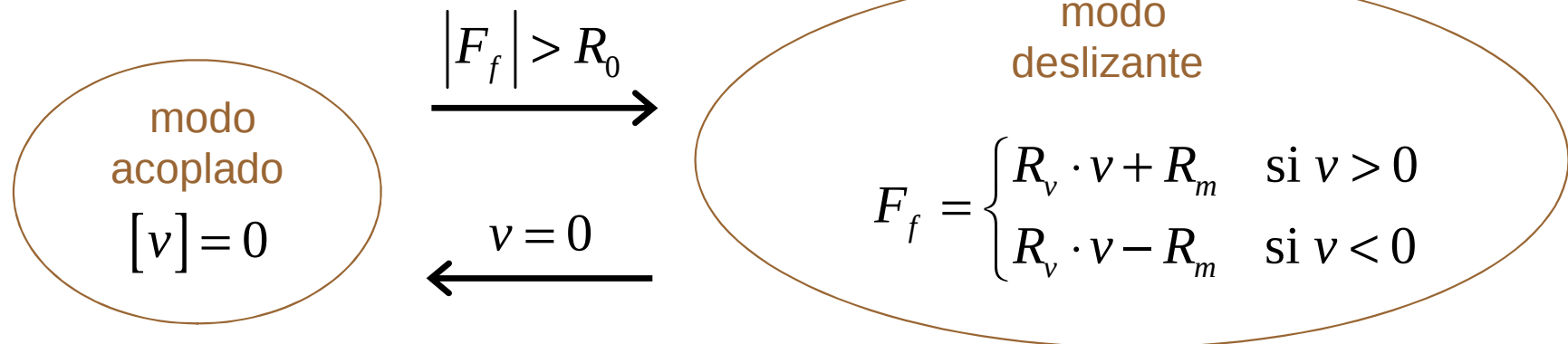
$$|F_f| = R_m$$

Inicio de la  
fricción dinámica

$$v = 0, |a| > 0$$

(comienza el movimiento)

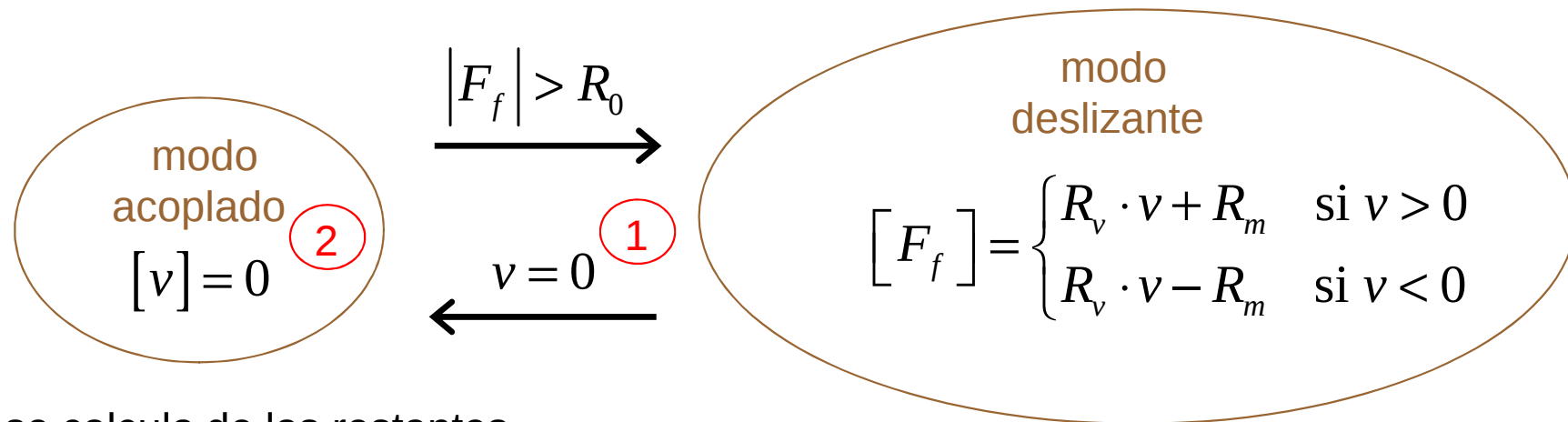
Modelo con estructura variable:



$F_f$  se calcula de las restantes  
ecs. del modelo.

$v$  es función de variables de estado (ley de  
Newton), luego de la relación constitutiva de  
la fricción se calcula la fuerza.

# 10 Modelado de la fricción (4/12)



$F_f$  se calcula de las restantes ecs. del modelo.

$v$  es función de variables de estado:  
 $[v] = v_1 - v_2$

**Esta formulación del modelo de la fricción presenta 2 problemas:**

1. La condición de conmutación entre el modo deslizante y el modo acoplado es una igualdad:  $v = 0$
2. La ecuación que describe el modo acoplado es:  $v = 0$ .

Esta ligadura reduce en 1 el número de grados de libertad del modelo, ya que impone que las velocidades de los dos objetos (que son variables de estado) sean iguales.

Veamos esto más detenidamente ...

# 10 Modelado de la fricción (5/12)

$$F_{masa1} = F_{muelle1} + F_{amortiguador} - F_f$$

$$F_{masa1} = m_1 \cdot a_1$$

$$\frac{dv_1}{dt} = a_1$$

$$\frac{dx_1}{dt} = v_1$$

$$F_{masa2} = F_f$$

$$F_{masa2} = m_2 \cdot a_2$$

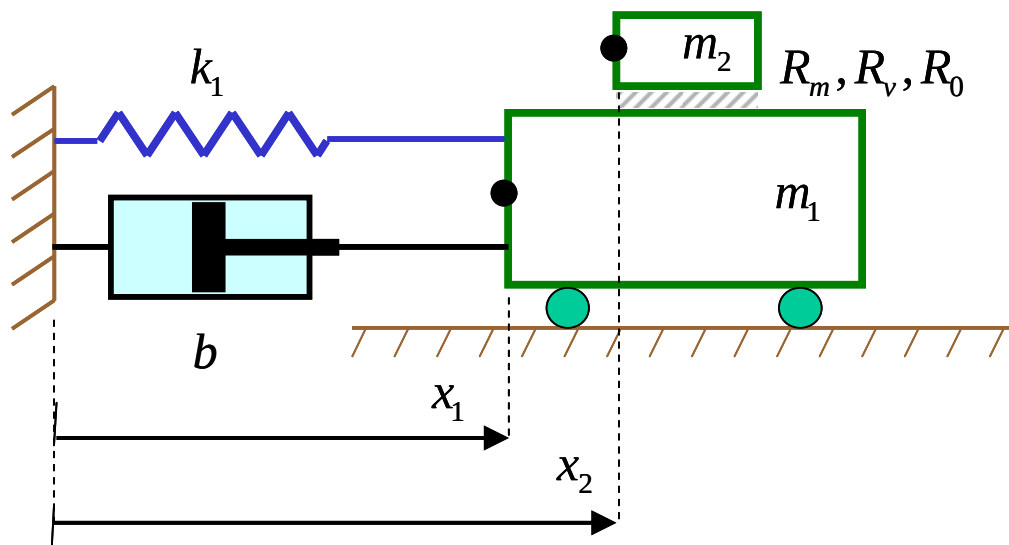
$$\frac{dv_2}{dt} = a_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = v_2$$

$$F_{muelle1} = -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1})$$

$$F_{amortiguador} = -b \cdot v_1$$

$$v = v_1 - v_2$$



**Modo deslizante**

$$F_f = \begin{cases} R_v \cdot v + R_m & \text{si } v > 0 \\ R_v \cdot v - R_m & \text{si } v < 0 \end{cases}$$

**Modo acoplado**

$$v = 0$$

**Incógnitas:**  $F_{muelle1}, F_{masa2}, F_{amortiguador}, F_{muelle1}, F_f, a_1, a_2, v$   
 $derx_1, derv_1, derx_2, derv_2$

**Variables de estado:**

$$x_1, v_1, x_2, v_2$$

# 10 Modelado de la fricción (6/12)

Causalidad computacional del modelo en **modo deslizante**

$$[derx_1] = v_1, [derx_2] = v_2$$

$$[F_{muelle1}] = -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1})$$

$$[F_{amortiguador}] = -b \cdot v_1$$

$$[v] = v_1 - v_2$$

$$[F_f] = \begin{cases} R_v \cdot v + R_m & \text{si } v > 0 \\ R_v \cdot v - R_m & \text{si } v < 0 \end{cases}$$

$$[F_{masa1}] = F_{muelle1} + F_{amortiguador} - F_f$$

$$[F_{masa2}] = F_f$$

$$[a_1] = \frac{F_{masa1}}{m_1}, [a_2] = \frac{F_{masa2}}{m_2}$$

$$[deriv_1] = a_1, [deriv_2] = a_2$$

Causalidad computacional del modelo en **modo acoplado**

$$[derx_1] = v_1, [derx_2] = v_2$$

$$[F_{muelle1}] = -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1})$$

$$[F_{amortiguador}] = -b \cdot v_1$$

$$[v] = v_1 - v_2$$

$$v = 0$$

$$F_{masa1} = F_{muelle1} + F_{amortiguador} - F_f$$

$$F_{masa2} = F_f$$

$$a_1 = \frac{F_{masa1}}{m_1}, a_2 = \frac{F_{masa2}}{m_2}$$

$$[deriv_1] = a_1, [deriv_2] = a_2$$

Una de estas dos ecuaciones sobra

4 ecuaciones.  
5 incógnitas:

$F_{masa1}, F_{masa2},$   
 $F_f,$   
 $a_1, a_2$

Sobra una ecuación y falta una ecuación.

# 10 Modelado de la fricción (7/12)

Modelo para el modo acoplado:

Una solución es sustituir

$$v = 0$$

por:

$$a_1 = a_2$$

Y además, **inicializar a cero la velocidad cuando se produce la conmutación al modo acoplado.**

Esto es necesario, ya que en el instante en que se produce la conmutación  $v$  estará próximo a cero, pero no será exactamente cero.

$$[derx_1] = v_1, [derx_2] = v_2$$

$$[F_{muelle1}] = -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1})$$

$$[F_{amortiguador}] = -b \cdot v_1$$

$$[v] = v_1 - v_2$$

$$a_1 = a_2$$

$$F_{masa1} = F_{muelle1} + F_{amortiguador} - F_f$$

$$F_{masa2} = F_f$$

$$a_1 = \frac{F_{masa1}}{m_1}, a_2 = \frac{F_{masa2}}{m_2}$$

$$[derv_1] = a_1, [derv_2] = a_2$$

5 ecuaciones.

5 incógnitas:

$F_{masa1}, F_{masa2},$

$F_f,$

$a_1, a_2$

Resolviendo simbólicamente el lazo algebraico, se obtiene ...

# 10 Modelado de la fricción (8/12)

Modelo ordenado y resuelto, válido para ambos modos:

$$[derx_1] = v_1, [derx_2] = v_2$$

$$[F_{muelle1}] = -k_1 \cdot (x_1 - x_{0,muelle1})$$

$$[F_{amortiguador}] = -b \cdot v_1$$

$$[v] = v_1 - v_2$$

modo deslizante

$$[F_f] = \begin{cases} R_v \cdot v + R_m & \text{si } v > 0 \\ R_v \cdot v - R_m & \text{si } v < 0 \end{cases}$$

modo acoplado

$$[F_f] = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (F_{muelle1} + F_{amortiguador})$$

$$[F_{masa1}] = F_{muelle1} + F_{amortiguador} - F_f$$

$$[F_{masa2}] = F_f$$

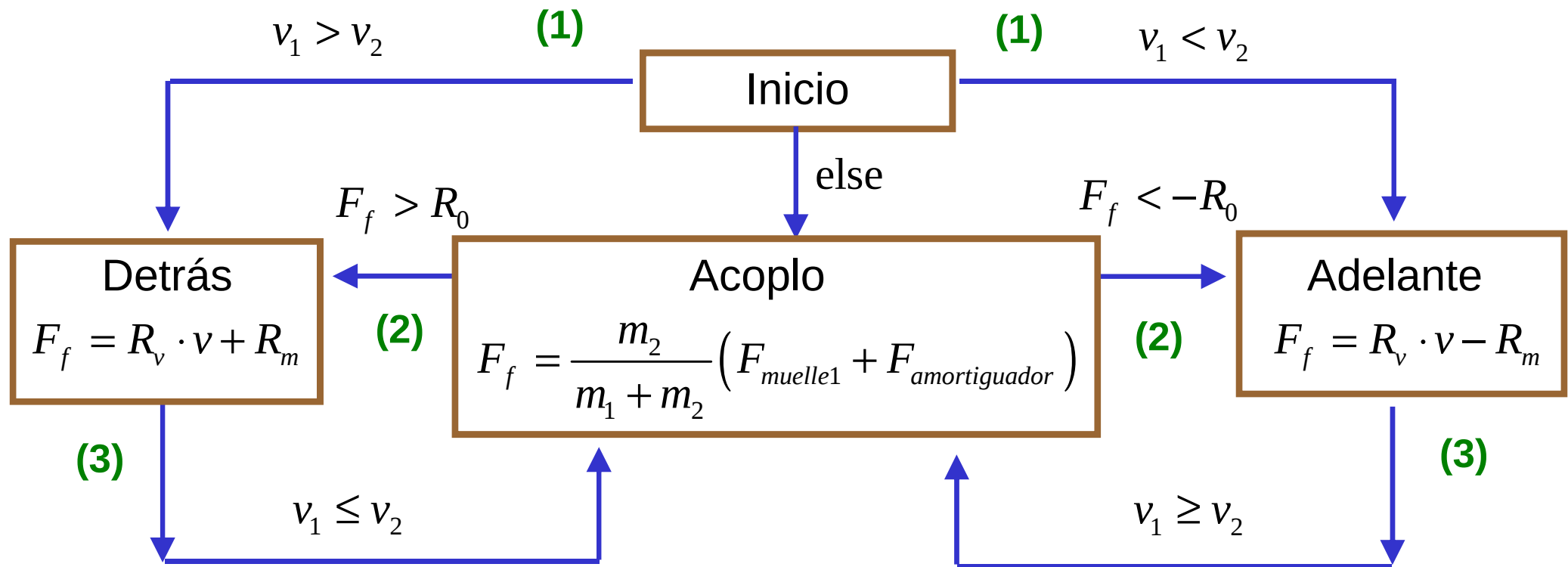
$$[a_1] = \frac{F_{masa1}}{m_1}, [a_2] = \frac{F_{masa2}}{m_2}$$

$$[derv_1] = a_1, [derv_2] = a_2$$

cuando (deslizante  $\rightarrow$  acoplado)  $\{v = 0\}$

# 10 Modelado de la fricción (9/12)

La conmutación entre los modos puede modelarse como una máquina determinista de estado finito:

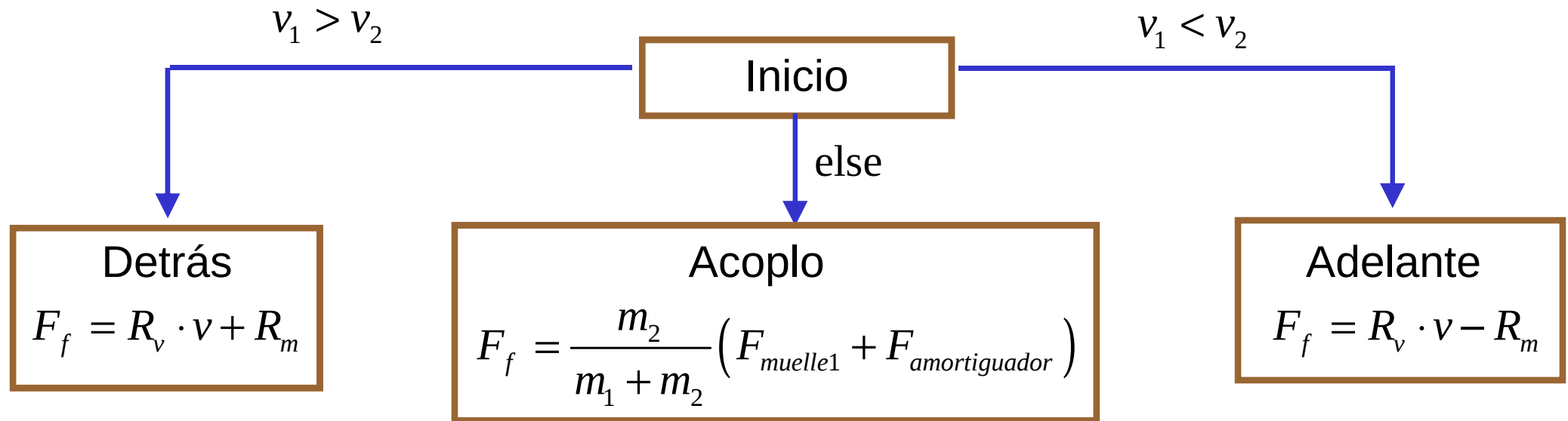


(1) Inicialización

(2) Ligaduras

(3) Evolución

# 10 Modelado de la fricción (10/12)

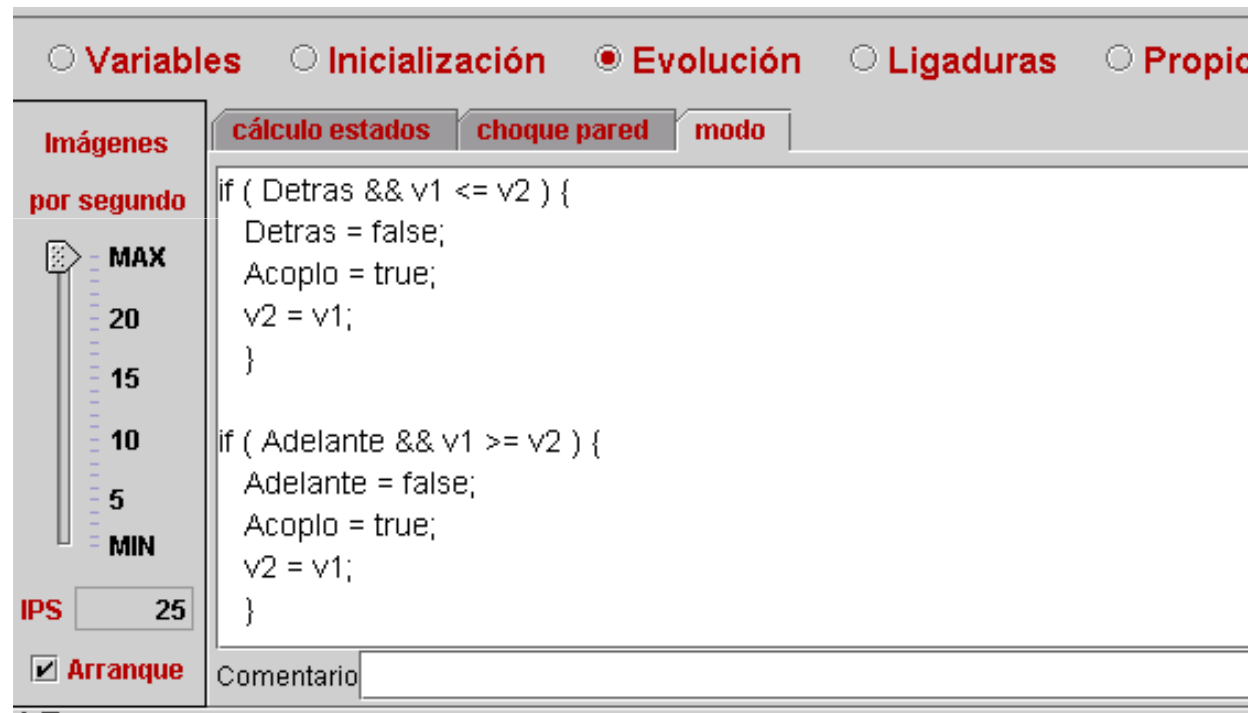
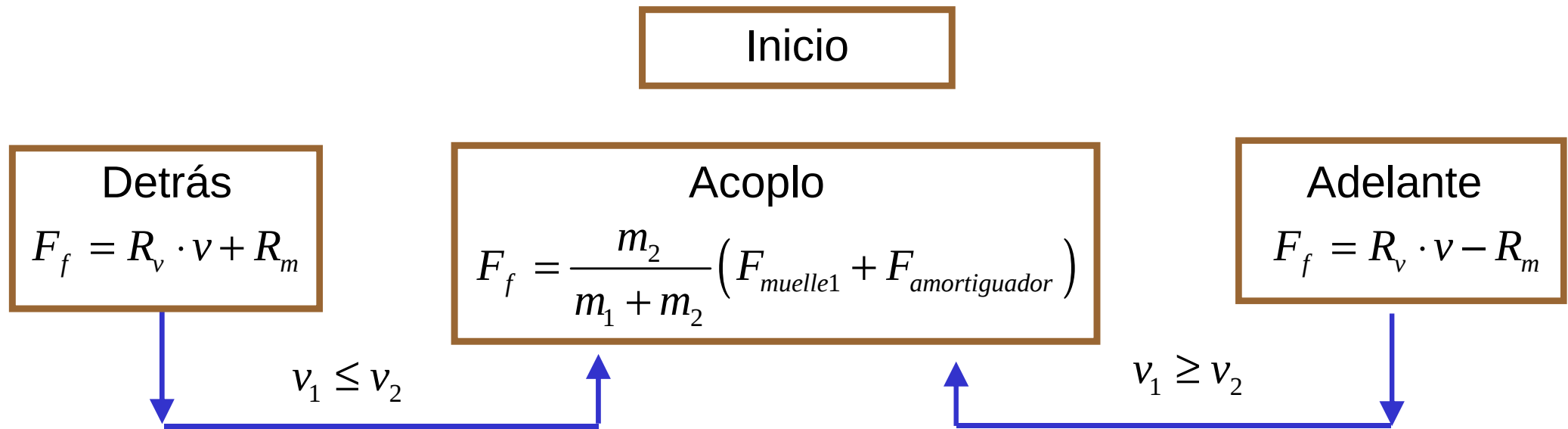


```
Variables Inicialización Evolución Ligaduras Propio
vista amortiguador
y_amortiguadorFijo[6] = yAmortiguador;
y_amortiguadorFijo[7] = yAmortiguador - LC/2;
y_amortiguadorFijo[8] = yAmortiguador - LD/2;

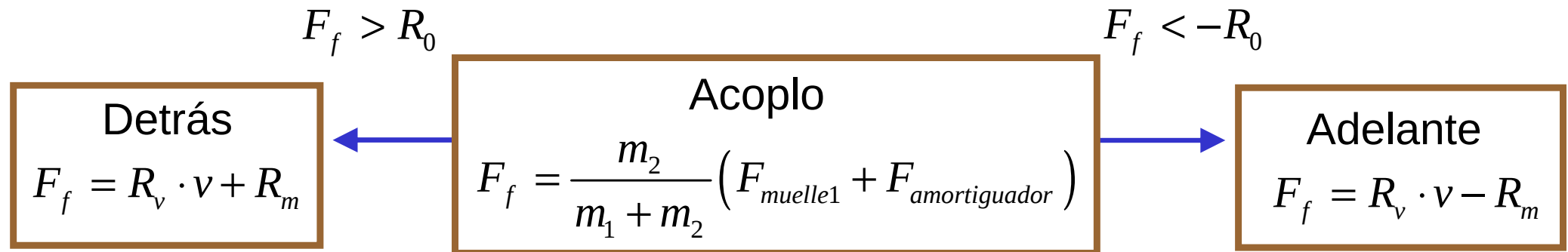
if ( v1 > v2 ) {
  Detras = true;
} else if ( v1 < v2 ) {
  Adelante = true;
} else {
  Acoplo = true;
}
```

Comentario

# 10 Modelado de la fricción (11/12)



# 10 Modelado de la fricción (12/12)



```
Variables  Inicialización  Evolución  Ligaduras  Propio

modelo matematico

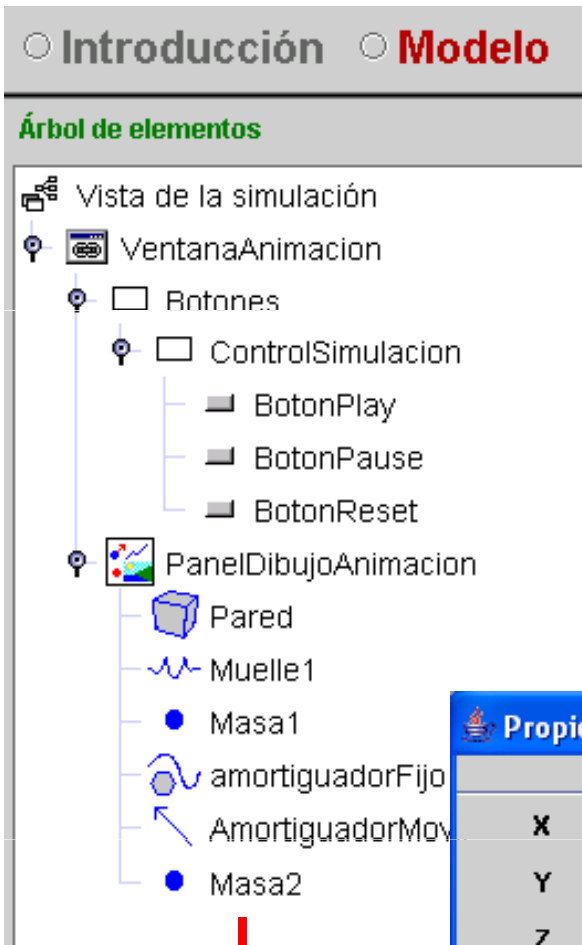
derx1 = v1;
derx2 = v2;
Fmuelle1 = -k1 * ( x1 - x0_muelle1 );
Famortiguador = -b * v1;
v = v1 - v2;

if (Adelante) { Ff = Rv * v - Rm; }
if (Detras) { Ff = Rv * v + Rm; }
if (Acoplo) { Ff = m2 / (m1+m2)*(Fmuelle1 + Famortiguador); }

if ( Acoplo && Ff > R0 ) { Acoplo = false; Detras = true; Ff = Rv * v + Rm; }
if ( Acoplo && Ff < -R0 ) { Acoplo = false; Adelante = true; Ff = Rv * v - Rm; }

Fmasa1 = Fmuelle1 + Famortiguador - Ff;
Fmasa2 = Ff;
a1 = Fmasa1 / m1;
a2 = Fmasa2 / m2;
derv1 = a1;
derv2 = a2;
```

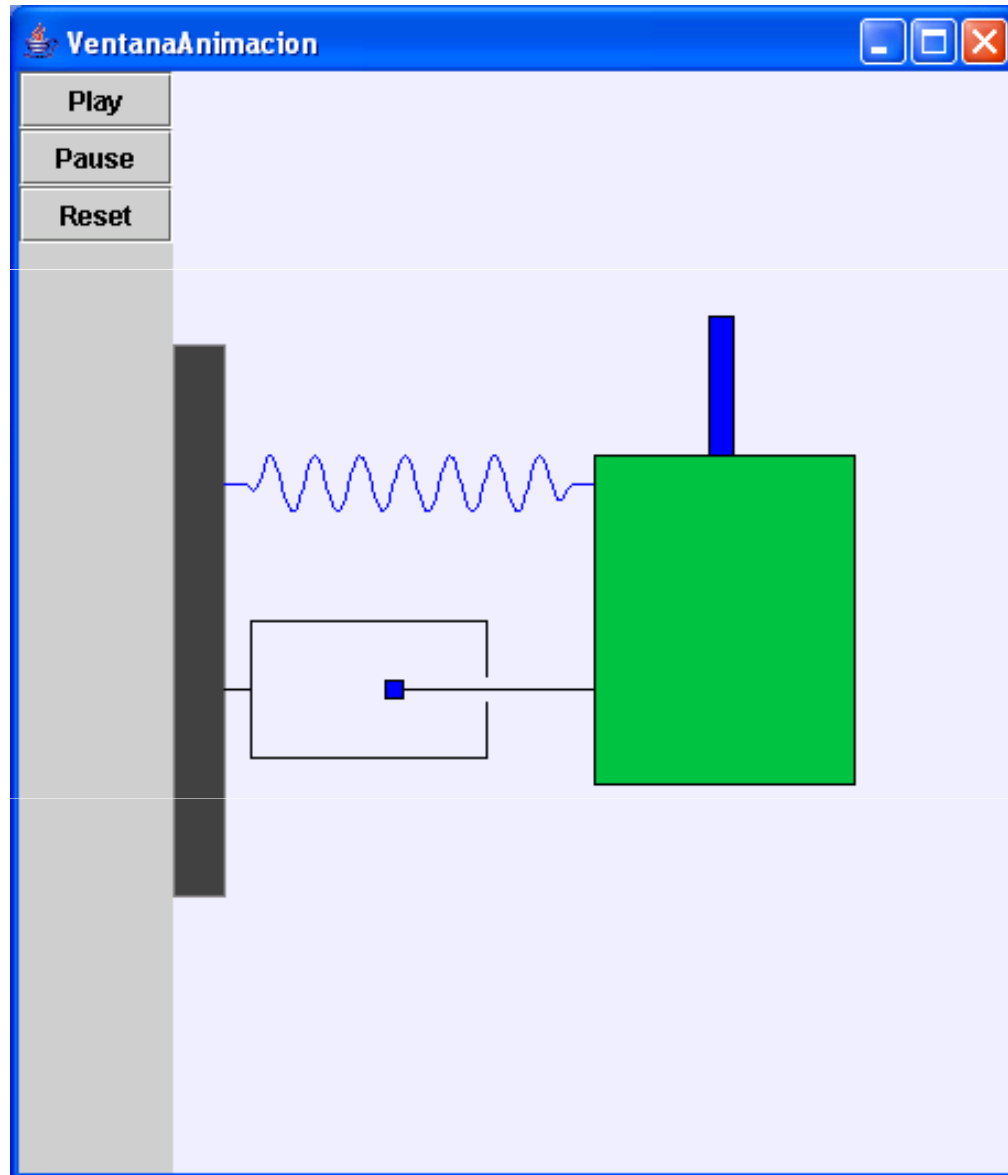
# 11 Programación de la Vista (1/2)



**Propiedades del elemento Masa2**

| Posición y Tamaño |        |  |  | Visibilidad e Interacción |               |  |  | Aspecto Gráfico |           |  |  |
|-------------------|--------|--|--|---------------------------|---------------|--|--|-----------------|-----------|--|--|
| X                 | x2     |  |  | Visible                   |               |  |  | Estilo          | RECTANGLE |  |  |
| Y                 | yMasa2 |  |  | Activo                    | true          |  |  | Posición        |           |  |  |
| Z                 |        |  |  | <b>Acciones</b>           |               |  |  | Girar           |           |  |  |
| Tamaño X          | Lmasa2 |  |  | Al Pulsar                 | _pause()      |  |  | Color Relleno   |           |  |  |
| Tamaño Y          | 0.5    |  |  | Al Mover                  | mover_masa2() |  |  | Color Línea     |           |  |  |
| Tamaño Z          |        |  |  | Al Soltar                 |               |  |  | Grosor          |           |  |  |
| Escala X          |        |  |  |                           |               |  |  |                 |           |  |  |
| Escala Y          |        |  |  |                           |               |  |  |                 |           |  |  |
| Escala Z          |        |  |  |                           |               |  |  |                 |           |  |  |

# 11 Programación de la Vista (2/2)



**SistemaMecanicoCompleto.xml**

# **Prácticas con los talleres 1 y 2**

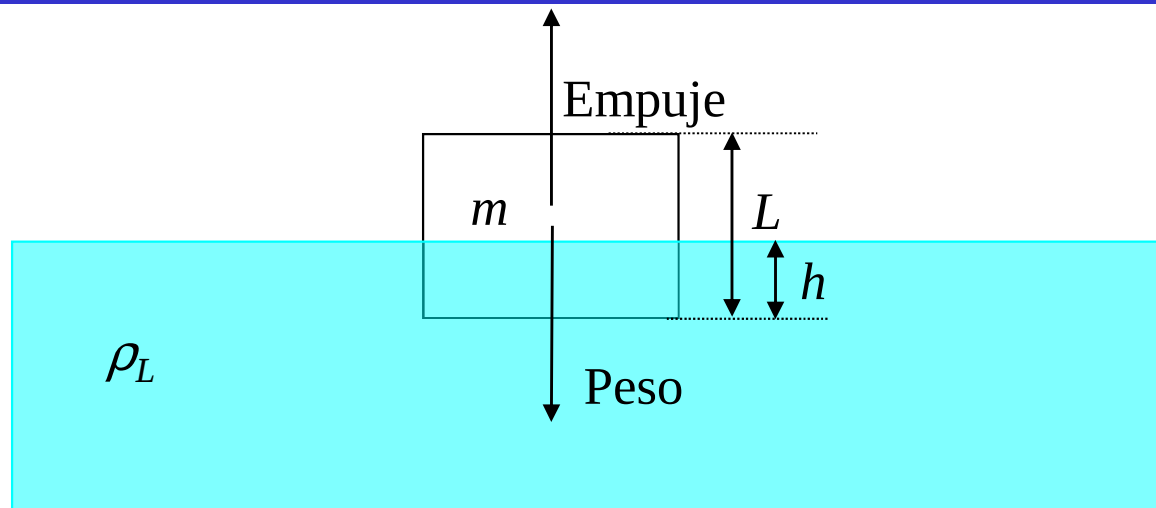
# Contenido de la sesión de prácticas

---

 1 Principio de Arquímedes

 2 Bola y varilla

# 1. Principio de Arquímedes



Principio de Arquímedes:

*“todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso del volumen de fluido desalojado”*

$$\text{Peso} = m \cdot g$$

$$\text{Empuje} = L^2 \cdot h \cdot \rho_L \cdot g$$

En el equilibrio:

$$\text{Peso} = \text{empuje} \rightarrow m \cdot g = L^2 \cdot h \cdot \rho_L \cdot g$$

# 1. Principio de Arquímedes

Interactividad:

El laboratorio deberá permitir al usuario cambiar la masa del objeto, pero siempre de modo que el objeto no se hunda.

Para ello:

El objeto se encuentra en el límite de flotación cuando:

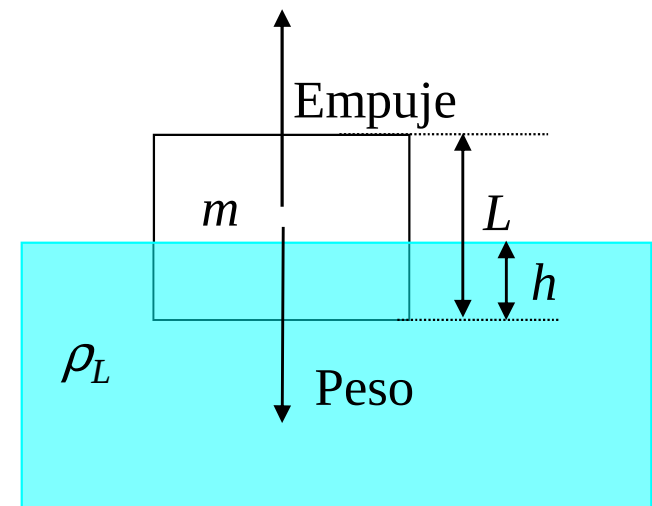
$$h = L$$

Estando el objeto en equilibrio, se encuentra en el límite de flotación cuando su peso es igual a:

$$m \cdot g = L^2 \cdot L \cdot \rho_L \cdot g$$

Así pues, el objeto no se hunde mientras su masa satisfaga:

$$m \leq \rho_L L^3$$



# 1. Principio de Arquímedes

## Tarea 1:

escribir la introducción del laboratorio virtual, con el contenido siguiente:

### Principio de Arquímedes:

*“todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso del volumen de fluido desalojado”*

Peso.gif



$$Peso = m \cdot g$$

Empuje.gif



$$Empuje = L^2 \cdot h \cdot \rho_L \cdot g$$

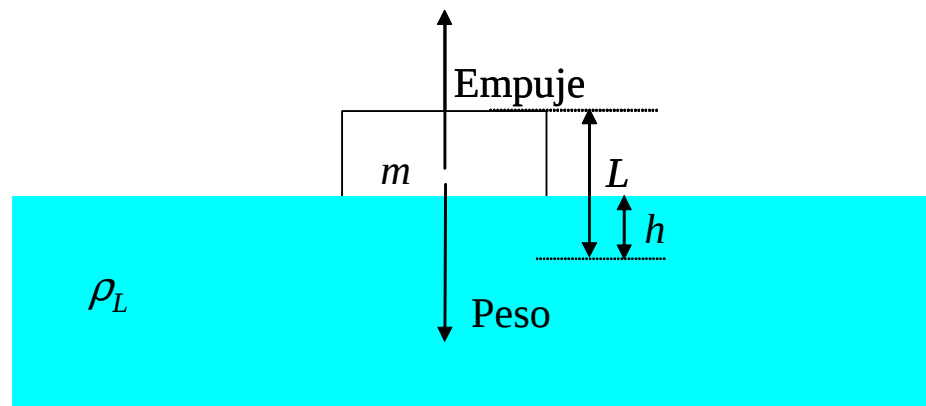
En el equilibrio:

Equilibrio.gif



$$Peso = empuje \rightarrow m \cdot g = L^2 \cdot h \cdot \rho_L \cdot g$$

DiagramaModelo  
Arquimedes.gif

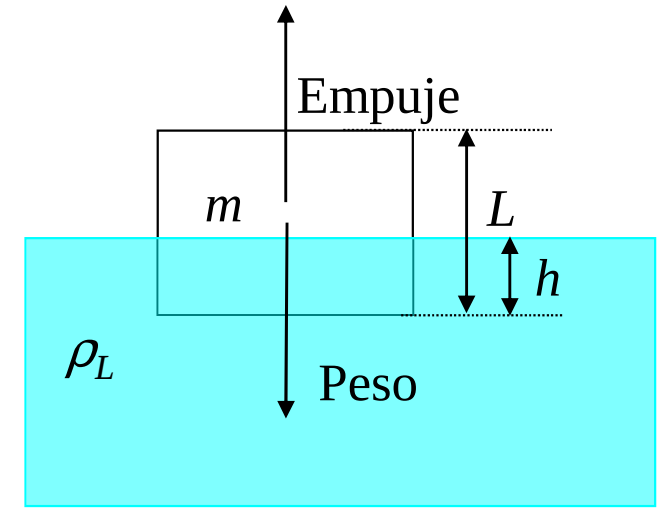


# 1. Principio de Arquímedes

Modelo matemático:

$$h = \frac{m}{\rho_L \cdot L^2}$$

$$m_{\max} = \rho_L \cdot L^3$$



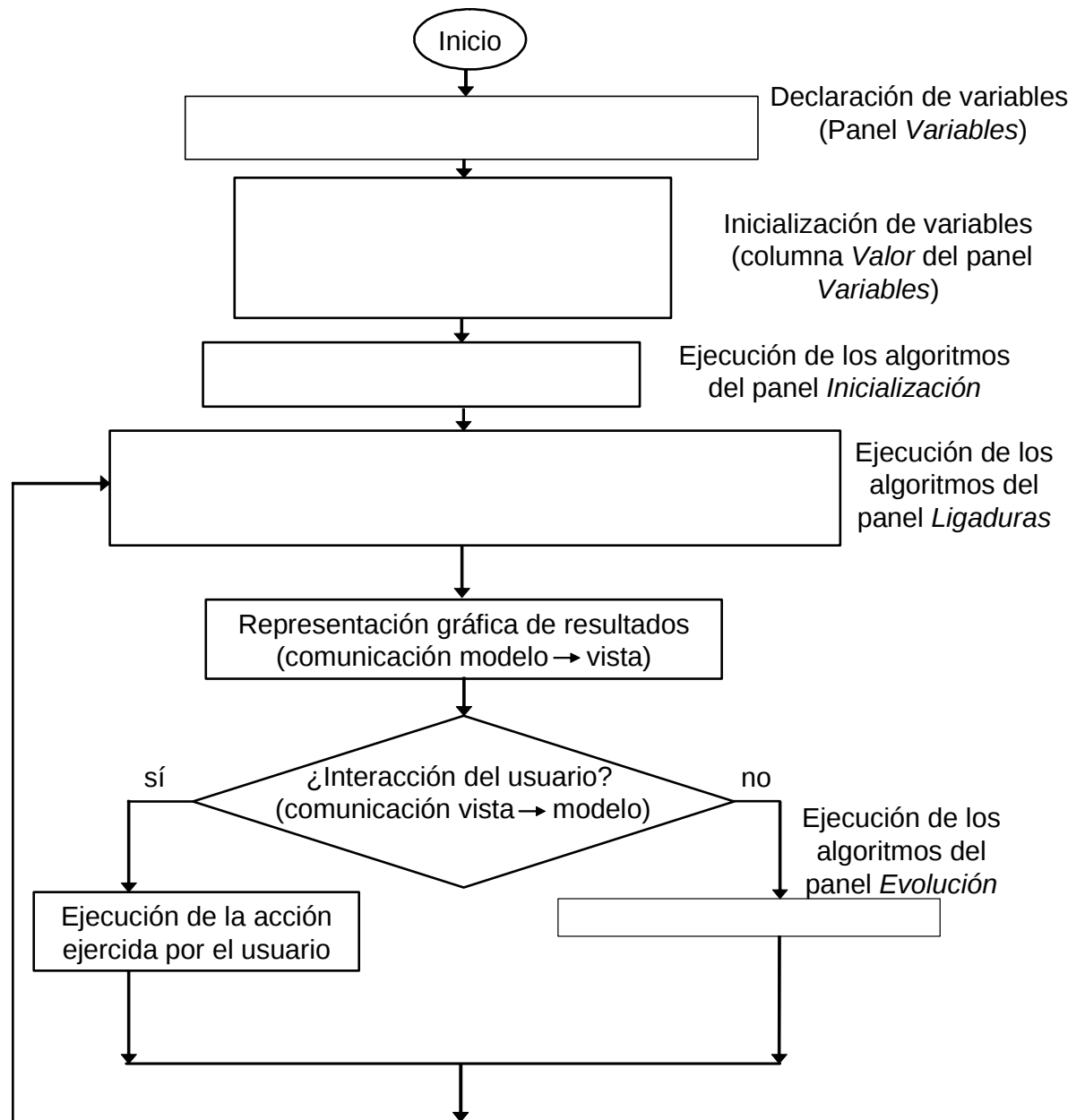
Tarea 2: clasificar las variables del modelo en:

- parámetros:
- variables de estado:
- variables algebraicas:

# 1. Principio de Arquímedes

## Tarea 3:

complete el algoritmo  
de la simulación



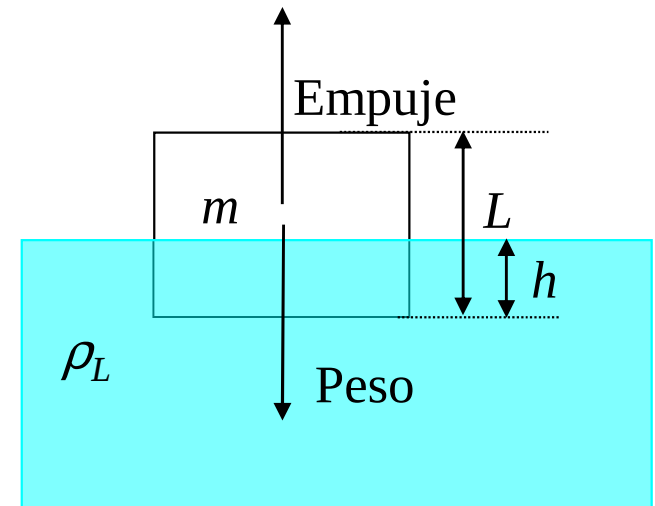
# 1. Principio de Arquímedes

---

Tarea 4: realice la definición del modelo en Ejs  
(declaración e inicialización de las variables, páginas Evolución y Ligaduras)

# 1. Principio de Arquímedes

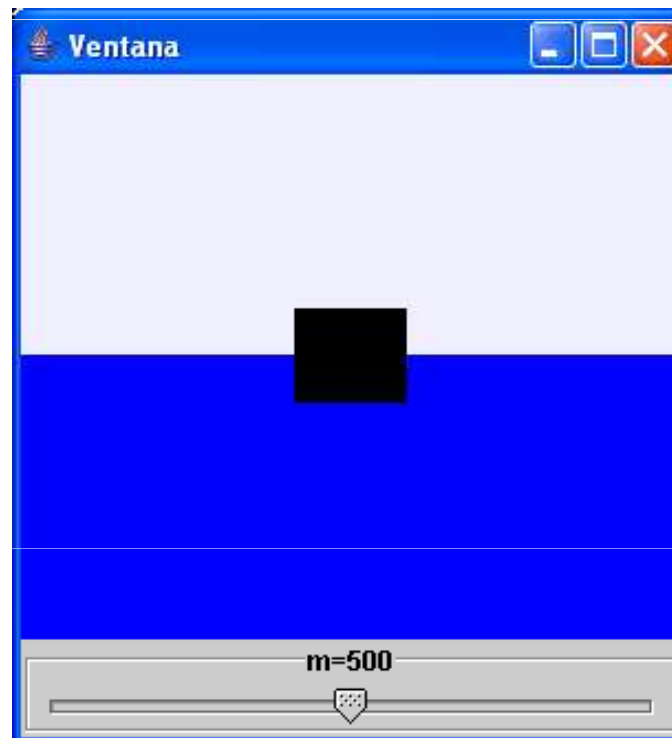
Tarea 5: realice la definición de la Vista del laboratorio



# 1. Principio de Arquímedes

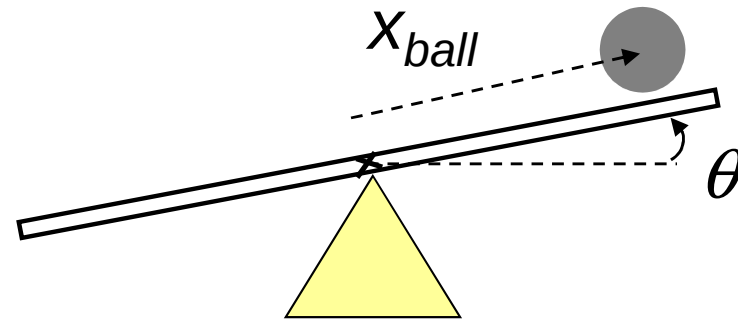
---

Tarea 5 (cont.): el aspecto final de la Vista es el siguiente



## 2. Bola y varilla

Descripción del sistema:



Modelo matemático:

$$\frac{dx_{ball}}{dt} = v_{ball}$$

$$\frac{dv_{ball}}{dt} = -\frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin(\theta)$$

**Se limita la posición de la bola a la longitud de la varilla:**

*Cuando la bola alcanza uno de los extremos de la varilla, no se permite que sobrepase el extremo y se iguala su velocidad a cero.*

**Modelado de la fricción:**

*Cuando la velocidad de la bola y el ángulo de la varilla son pequeños, la velocidad de la bola se hace cero.*

## 2. Bola y varilla

---

Tarea 1: clasifique las variables del modelo matemático

$$\frac{dx_{ball}}{dt} = v_{ball}$$

$$\frac{dv_{ball}}{dt} = -\frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin(\theta)$$

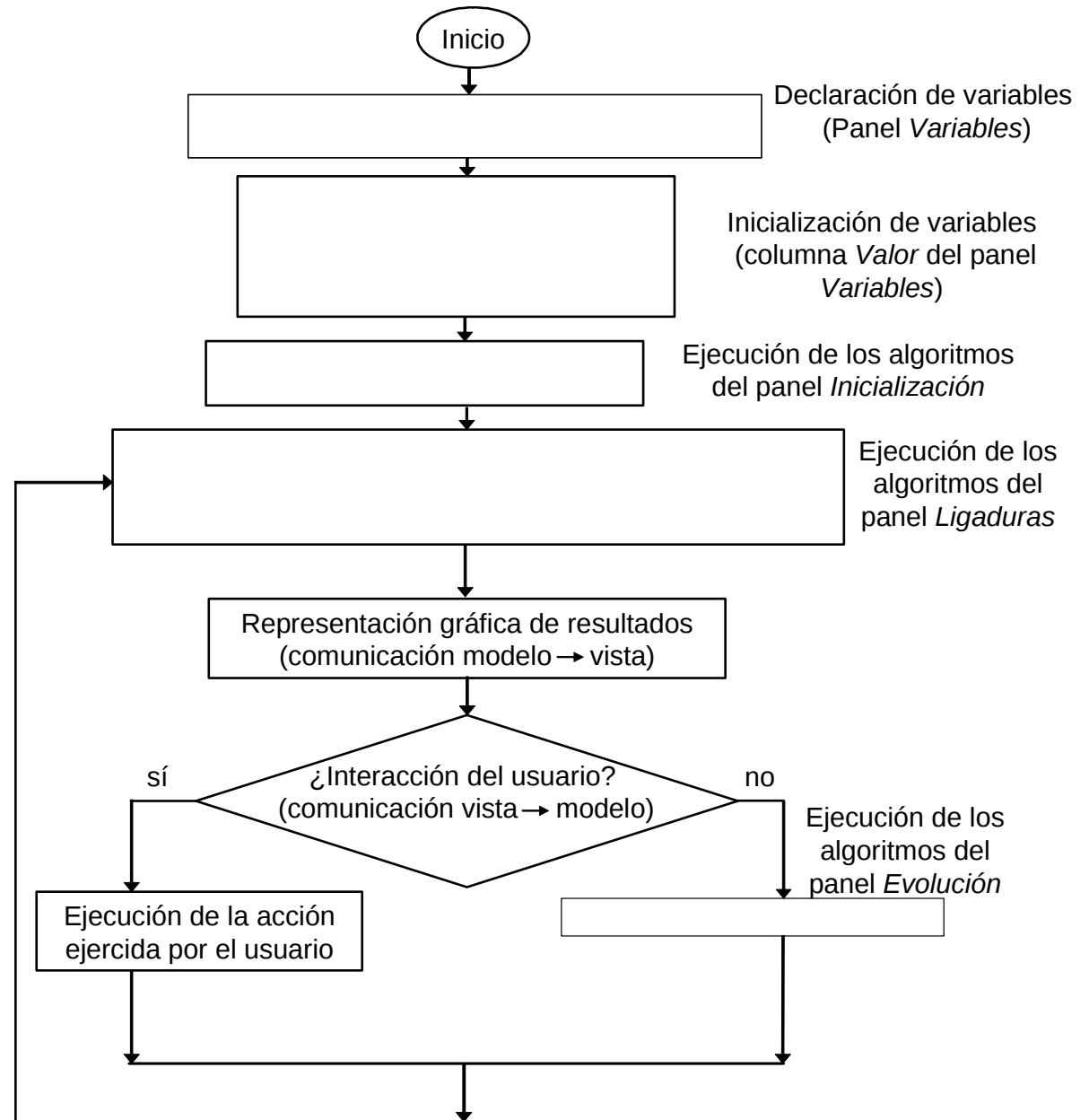
en:

- parámetros:
- variables de estado:
- variables algebraicas:

## 2. Bola y varilla

### Tarea 2:

complete el algoritmo  
de la simulación



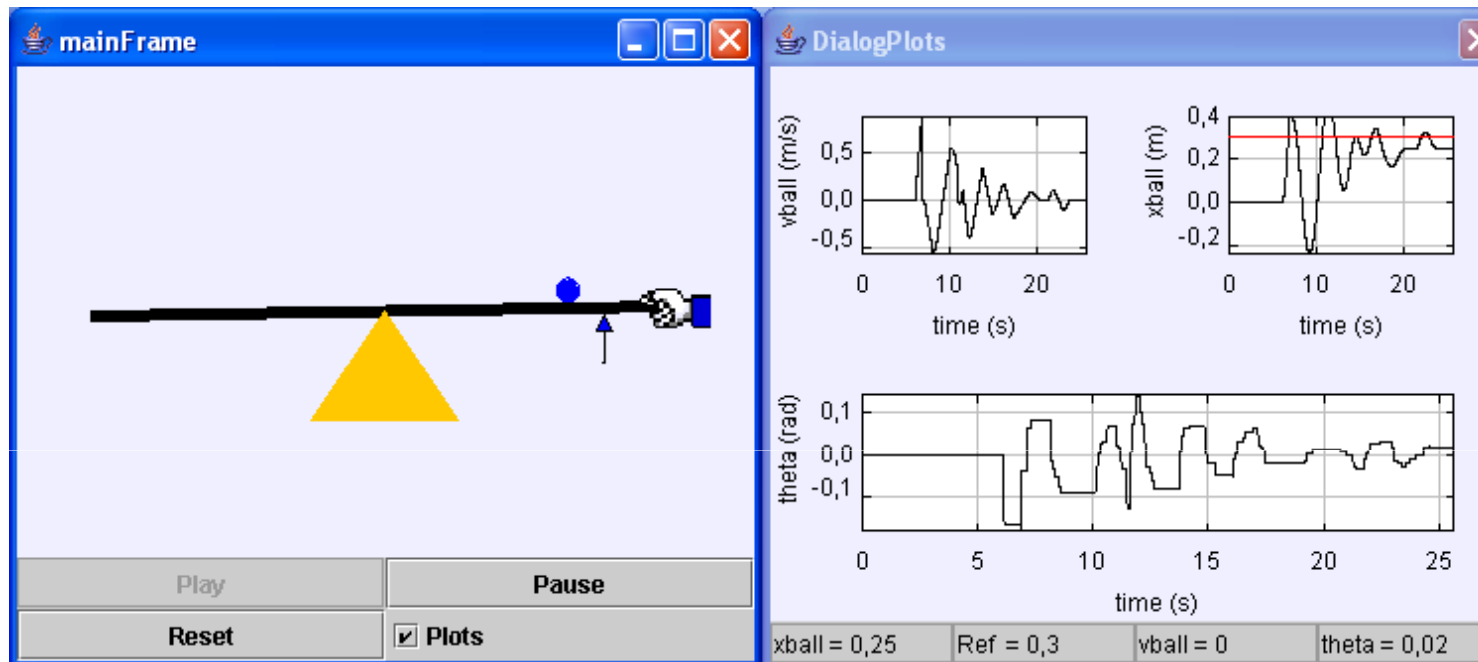
## 2. Bola y varilla

---

Tarea 3: realice la definición del modelo en Ejs  
(declaración e inicialización de las variables, páginas Evolución y Ligaduras)

## 2. Bola y varilla

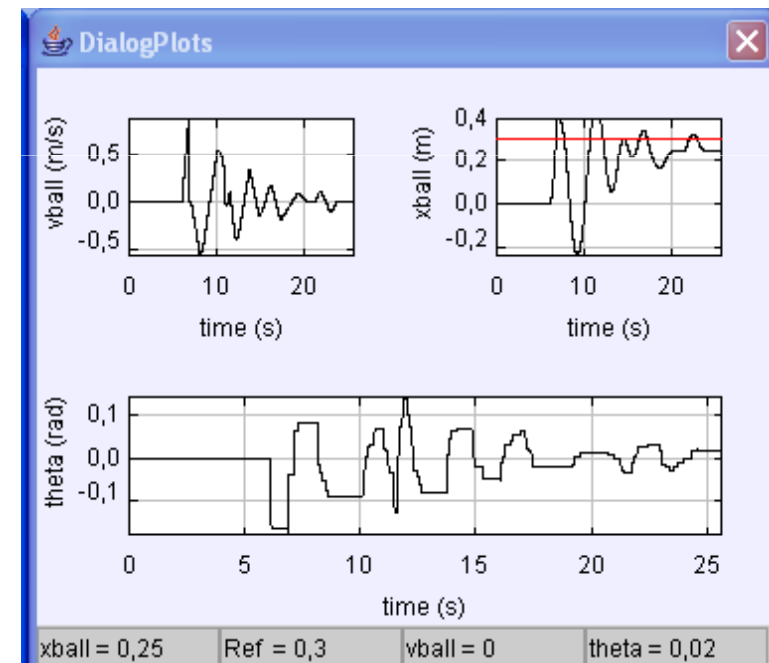
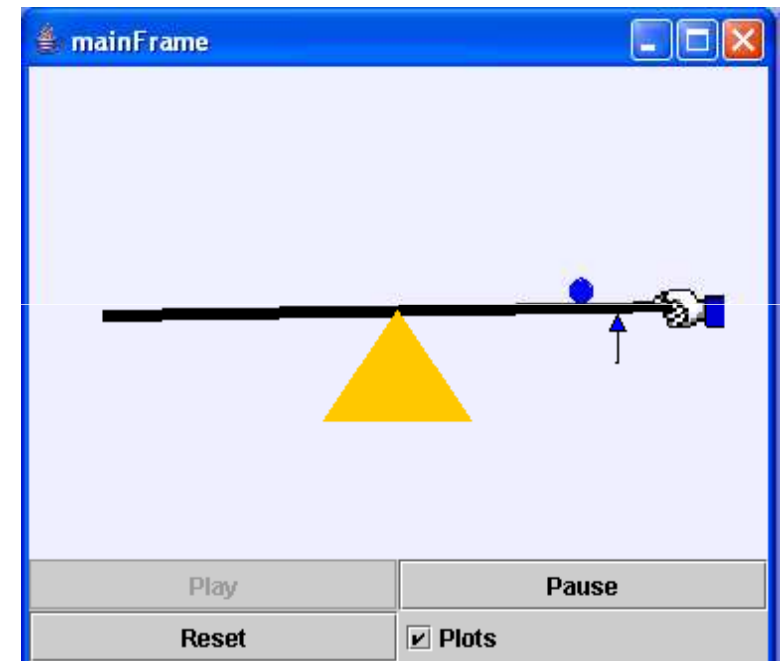
Se pretende obtener la Vista siguiente :



## 2. Bola y varilla

**Árbol de elementos**

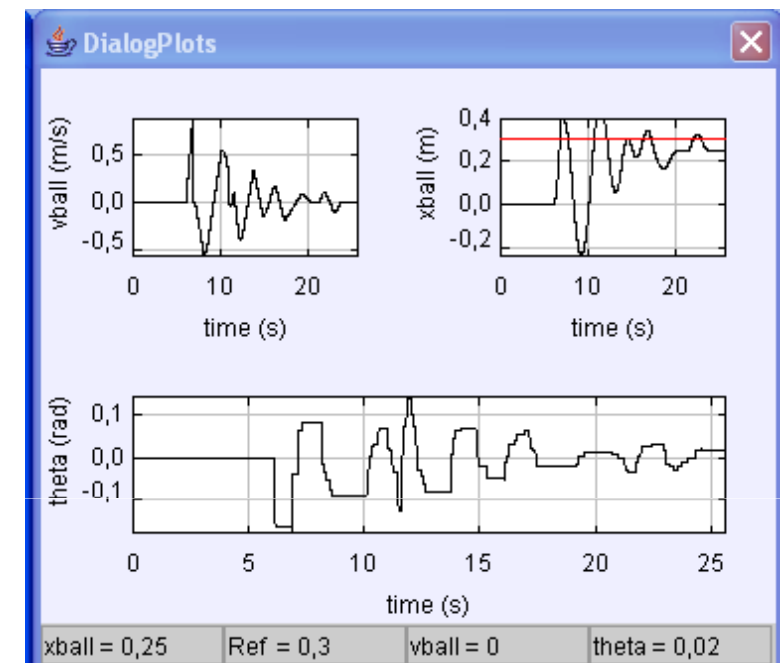
- Vista de la simulación
  - mainFrame
    - drawingPanel
      - Ball
      - BeamPolygon
      - ImageBeam
      - Poligonbase
      - Arrow
    - panel
      - Play
      - Pause
      - Reset
      - ☒ CheckBoxPlot
    - DialogPlots
      - Panel
        - Panel3
          - vball
          - xball
          - PlotTheta
        - PanelValues
          - xball
          - ReferenceV
          - vball
          - theta
- Elementos para la vista**
  - Contenedores**
    - [Iconos de contenedores]
  - Básicos**
    - [Iconos de herramientas básicas]
  - Dibujo**
    - Grafos y cuerpos**
      - [Iconos de grafos y cuerpos]
    - Campos**
      - [Iconos de campos]



## 2. Bola y varilla

Tarea 4: realice la programación de la ventana DialogPlots de la Vista, partiendo del laboratorio *bolaVarilla\_tarea4.xml*

| <input checked="" type="radio"/> Variables <input type="radio"/> Inicialización <input type="radio"/> Evolución <input type="radio"/> Ligaduras |            |        |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|--------|--|
| VariablesVisualizacion1   VariablesVisualizacion2   Variables                                                                                   |            |        |  |
| Nombre                                                                                                                                          | Valor      | Tipo   |  |
| dt                                                                                                                                              | 0.01       | double |  |
| time                                                                                                                                            | 0          | double |  |
| g                                                                                                                                               | 9.8        | double |  |
| → theta                                                                                                                                         | 0          | double |  |
| → xball                                                                                                                                         | 0          | double |  |
| → vball                                                                                                                                         | 0          | double |  |
| derxball                                                                                                                                        |            | double |  |
| dervball                                                                                                                                        |            | double |  |
| lbeam                                                                                                                                           | 0.8        | double |  |
| xmax                                                                                                                                            | lbeam/2    | double |  |
| thmax                                                                                                                                           | Math.PI/18 | double |  |
| Reference                                                                                                                                       | 0.2        | double |  |



---

# **Solución a las prácticas de los talleres 1 y 2**

# Contenido de la solución a la sesión de prácticas

---



1 Solución principio de Arquímedes

Arquimedes.xml



2 Solución bola y varilla

bolaVarilla.xml

# 1. Solución principio de Arquímedes (1/6)

## Tarea 1:

escribir la introducción del laboratorio virtual, con el contenido siguiente:

● **Introducción** ○ Modelo ○ Vista

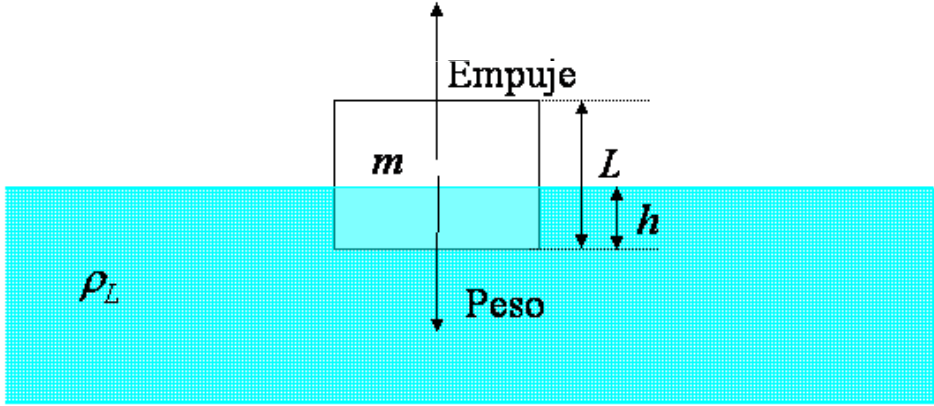
Introducción Arquímedes

Principio de Arquímedes:

"Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso de volumen de fluido desalojado".

$$Peso = m \cdot g$$
$$Empuje = L^2 \cdot h \cdot \rho_L \cdot g$$

En el equilibrio:

$$Peso = empuje \rightarrow m \cdot g = L^2 \cdot h \cdot \rho_L \cdot g$$


The diagram shows a rectangular block of total height  $L$  partially submerged in a fluid of density  $\rho_L$ . The submerged portion has height  $h$ . An upward arrow labeled 'Empuje' (buoyant force) originates from the center of the submerged part. A downward arrow labeled 'Peso' (weight) originates from the center of the block. The mass of the block is labeled  $m$ .

# 1. Solución principio de Arquímedes (2/6)

---

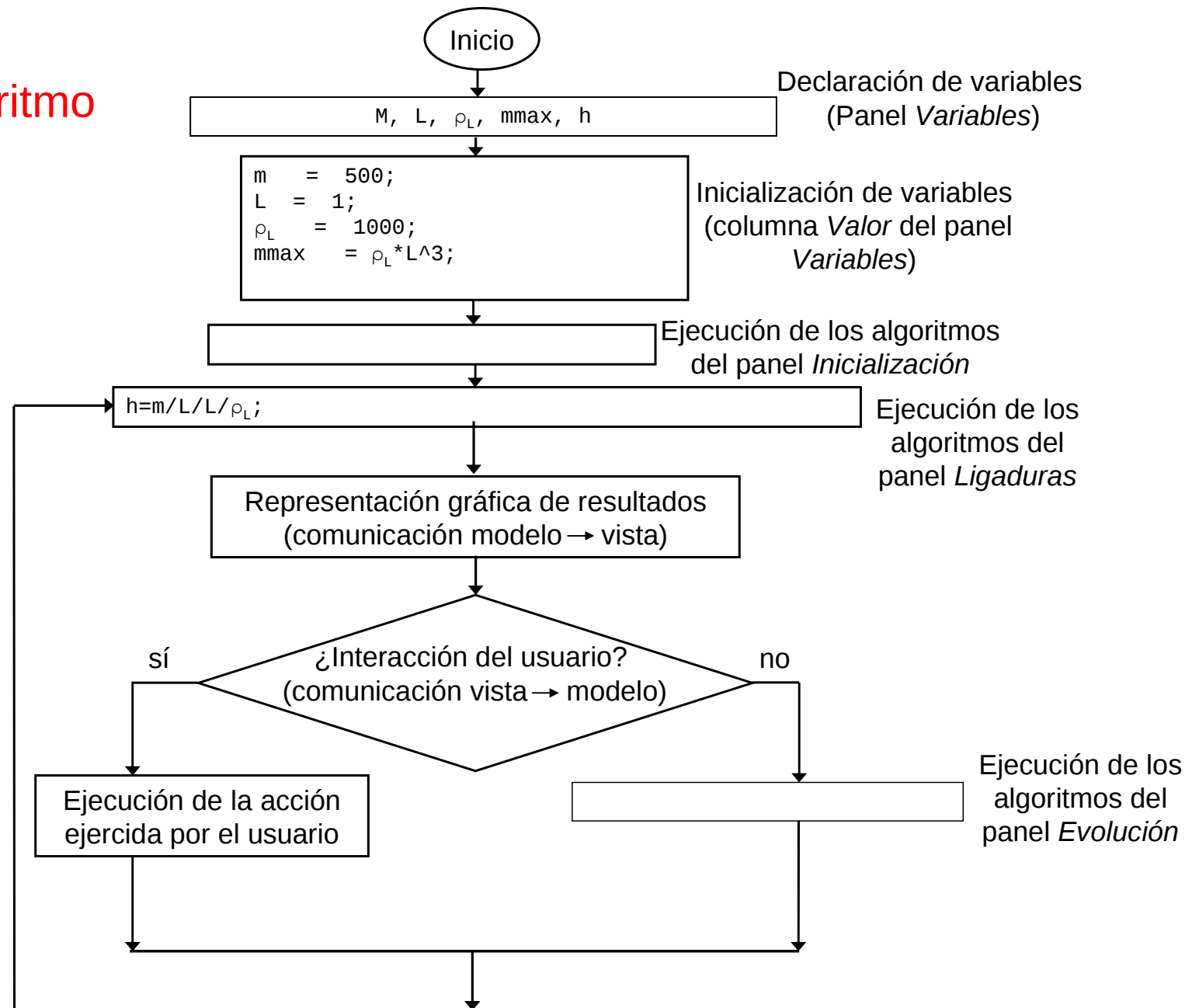
Tarea 2: clasificar las variables del modelo en:

- parámetros:  $L, m, \rho_L, m_{\max}$ .
- variables de estado:
- variables algebraicas:  $h$ .

# 1. Solución principio de Arquímedes (3/6)

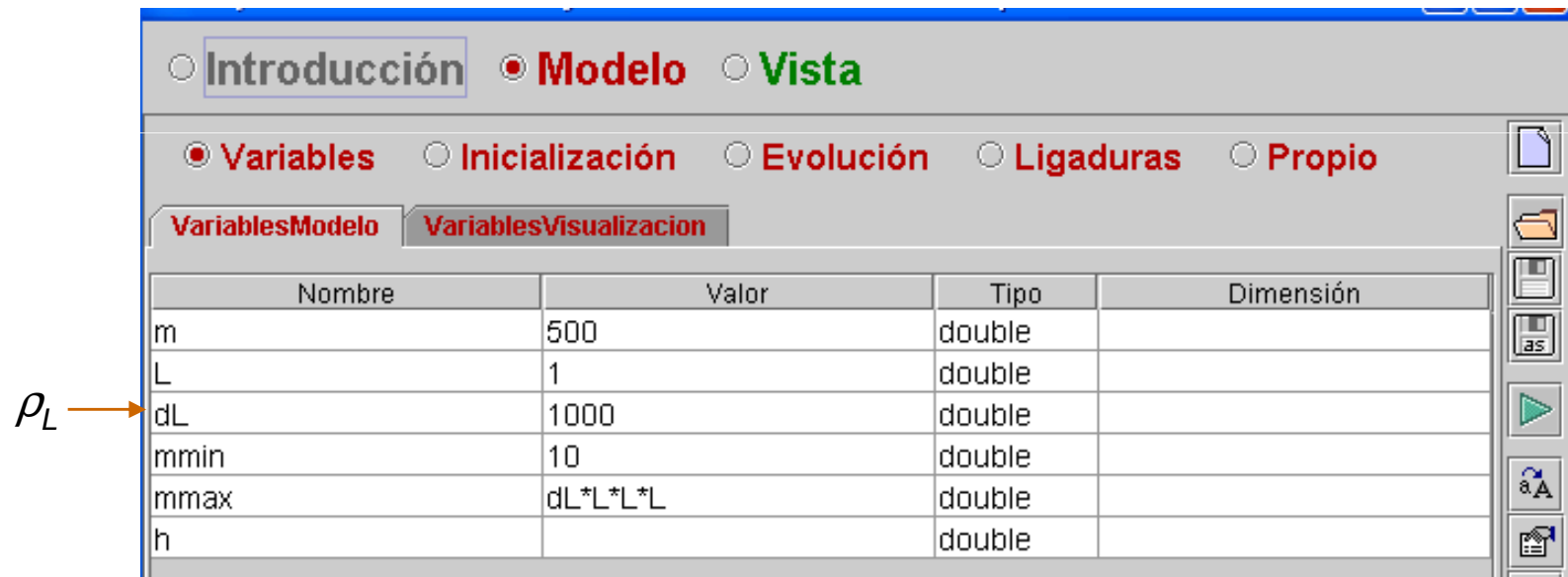
## Tarea 3:

complete el algoritmo  
de la simulación



# 1. Solución principio de Arquímedes (4/6)

Tarea 4: realice la definición del modelo en Ejs  
(declaración e inicialización de las variables, páginas Evolución y Ligaduras)

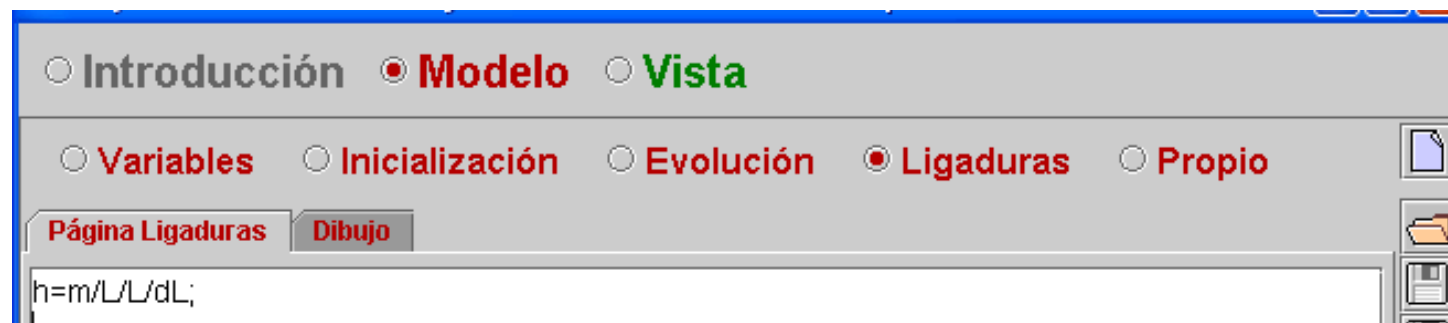


☐ Introducción ☒ **Modelo** ☐ Vista

☒ **Variables** ☐ Inicialización ☐ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

VariablesModelo VariablesVisualizacion

| Nombre        | Valor    | Tipo   | Dimensión |
|---------------|----------|--------|-----------|
| m             | 500      | double |           |
| L             | 1        | double |           |
| $\rho_L$ → dL | 1000     | double |           |
| mmin          | 10       | double |           |
| mmax          | dL*L*L*L | double |           |
| h             |          | double |           |



☐ Introducción ☒ **Modelo** ☐ Vista

☐ Variables ☐ Inicialización ☐ Evolución ☒ **Ligaduras** ☐ Propio

Página Ligaduras Dibujo

h=m/L/L/dL;

# 1. Solución principio de Arquímedes (5/6)

Tarea 5: realice la definición de la Vista del laboratorio

Variables necesarias para la definición de la Vista

Inicialización de las variables

☐ Introducción ☒ Modelo ☐ Vista

☒ Variables ☐ Inicialización ☐ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

VariablesModelo VariablesVisualizacion

| Nombre   | Valor | Tipo   | Dimensión |
|----------|-------|--------|-----------|
| xmin     | -3    | double |           |
| xmax     | 3     | double |           |
| ymin     | -3    | double |           |
| ymax     | 3     | double |           |
| XSolido  |       | double | [4]       |
| YSolido  |       | double | [4]       |
| XLiquido |       | double | [4]       |
| YLiquido |       | double | [4]       |

☐ Introducción ☒ Modelo ☐ Vista

☐ Variables ☒ Inicialización ☐ Evolución

Página Inicio

```
xSolido[0] = -L/2;  
xSolido[1] = -L/2;  
xSolido[2] = L/2;  
xSolido[3] = L/2;  
  
xLiquido[0] = -3; yLiquido[0] = -3;  
xLiquido[1] = -3; yLiquido[1] = 0;  
xLiquido[2] = 3; yLiquido[2] = 0;  
xLiquido[3] = 3; yLiquido[3] = -3;
```

☐ Introducción ☒ Modelo ☐ Vista

☐ Variables ☐ Inicialización ☐ Evolución ☒ Ligaduras

Página Ligaduras Dibujo

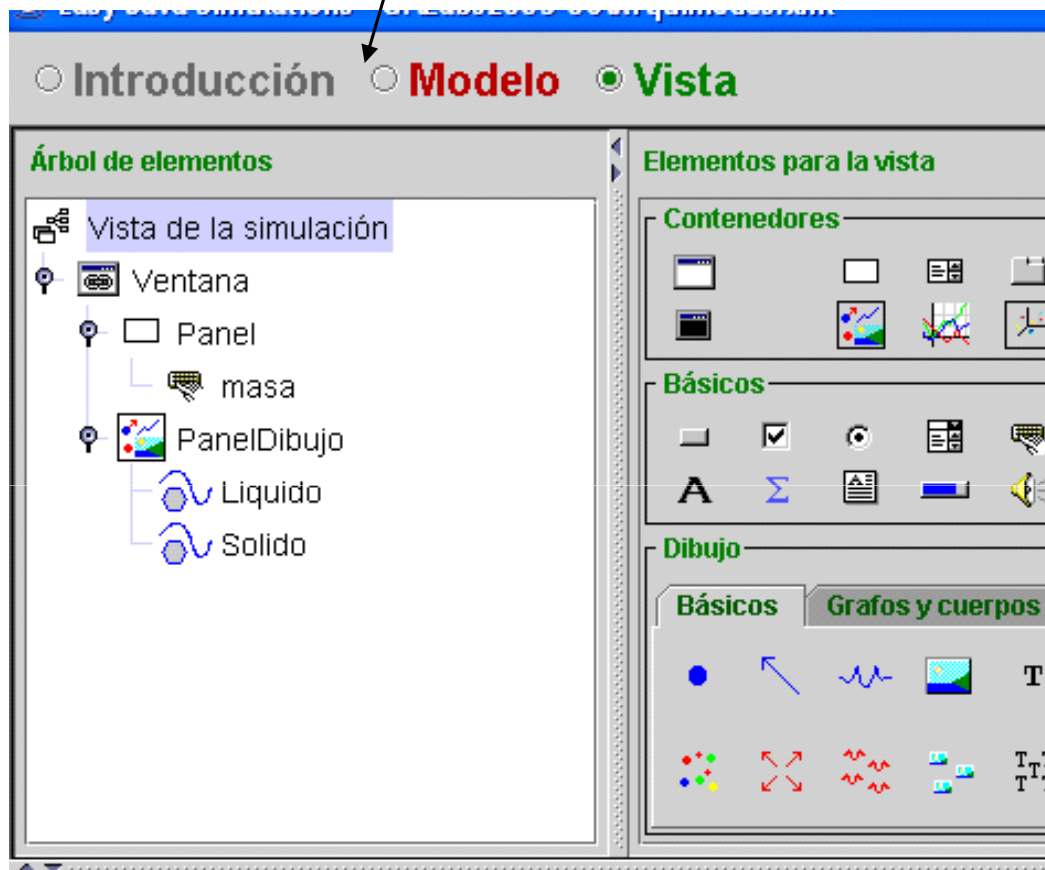
```
ySolido[0] = -h;  
ySolido[1] = L-h;  
ySolido[2] = L-h;  
ySolido[3] = -h;
```

Cálculo de las coordenadas y de los vértices del polígono que representa el objeto cúbico

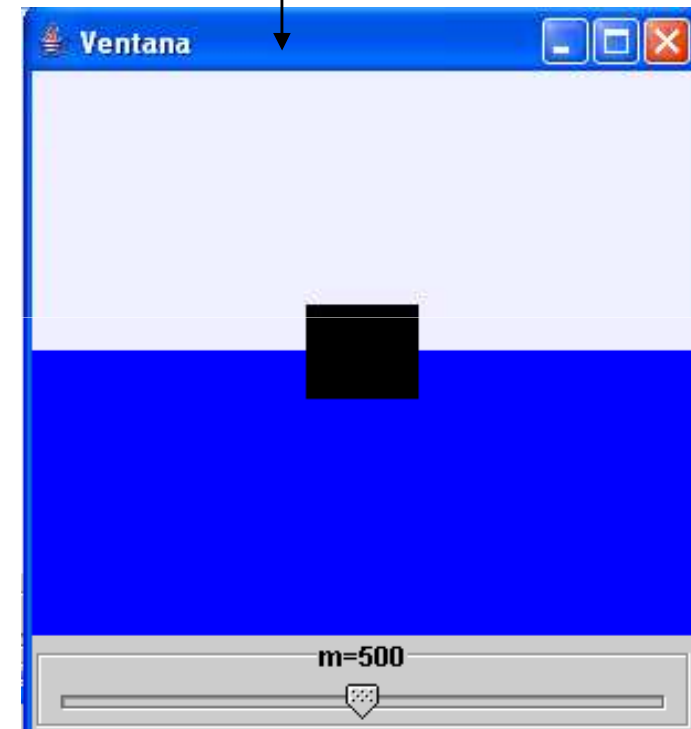
# 1. Solución principio de Arquímedes (6/6)

Tarea 5: realice la definición de la Vista del laboratorio (Cont.)

Árbol de elementos de la Vista



Vista del laboratorio



## 2. Solución bola y varilla (1/11)

---

Tarea 1: clasifique las variables del modelo matemático

$$\frac{dx_{ball}}{dt} = v_{ball}$$

$$\frac{dv_{ball}}{dt} = -\frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin(\theta)$$

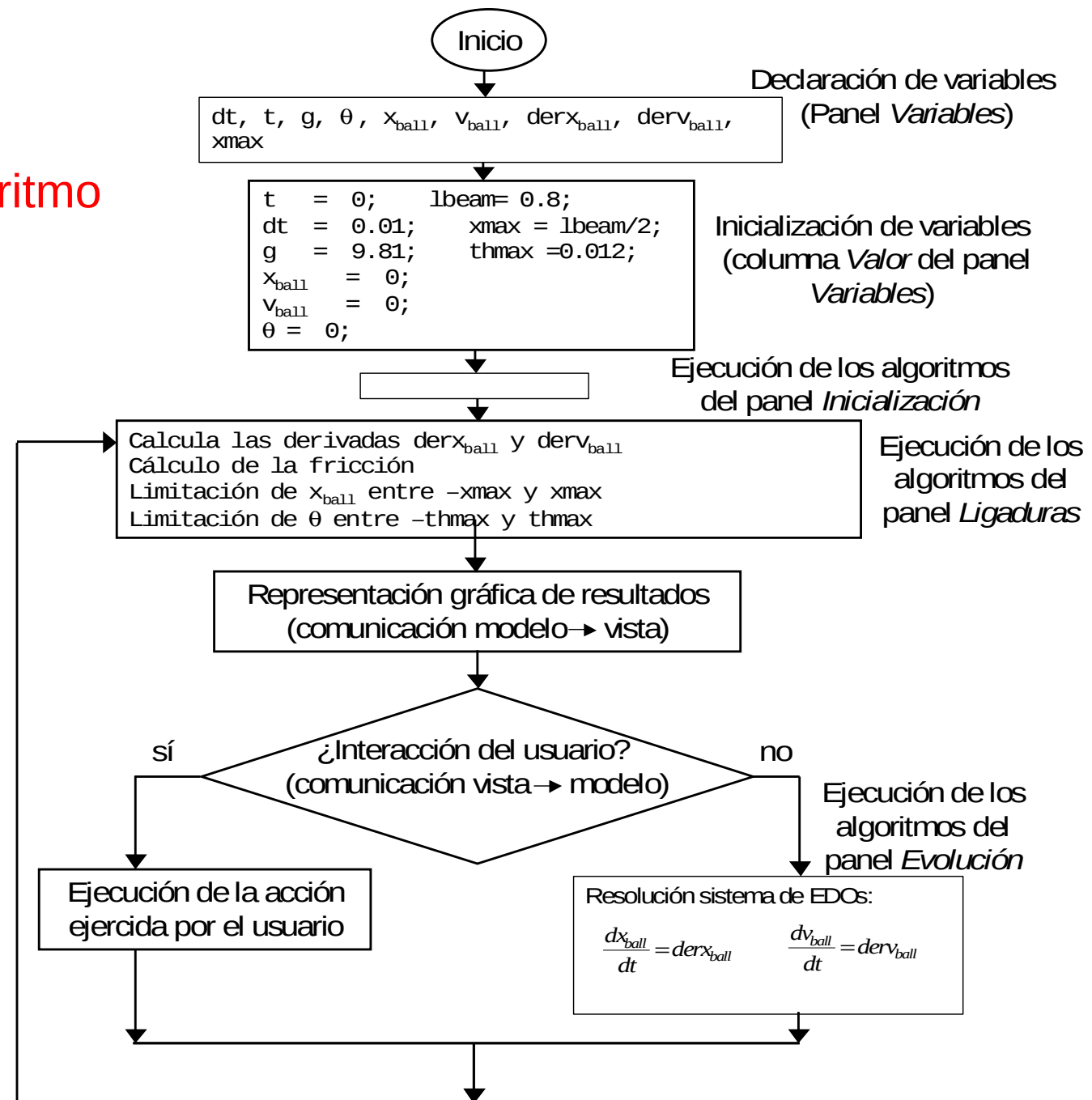
en:

- parámetros:  $g$ ,  $\theta$ .
- variables de estado:  $x_{ball}$ ,  $v_{ball}$ .
- variables algebraicas:

## 2. Solución bola y varilla (2/11)

### Tarea 2:

complete el algoritmo  
de la simulación



## 2. Solución bola y varilla (3/11)

Tarea 3: realice la definición del modelo en Ejs  
(declaración e inicialización de las variables, páginas Evolución y Ligaduras)

☐ Introducción ☒ **Modelo** ☐ Vista

☒ **Variables** ☐ Inicialización ☐ Evolución ☐ Ligaduras ☐ Propio

VariablesVisualizacion1 VariablesVisualizacion2 Variables

| Nombre    | Valor      | Tipo   | Dimensión |
|-----------|------------|--------|-----------|
| dt        | 0.01       | double |           |
| time      | 0          | double |           |
| g         | 9.8        | double |           |
| theta     | 0          | double |           |
| xball     | 0          | double |           |
| yball     | 0          | double |           |
| derxball  |            | double |           |
| deryball  |            | double |           |
| lbeam     | 0.8        | double |           |
| xmax      | lbeam/2    | double |           |
| thmax     | Math.PI/18 | double |           |
| Reference | 0.2        | double |           |

Declaración e inicialización de variables del modelo

Página Evolución:

☐ Introducción ☒ **Modelo** ☐ Vista

☐ Variables ☐ Inicialización ☒ **Evolución** ☐ Ligaduras ☐ Propio

Imágenes  
por segundo  
MAX  
20

PaginaEvolucion

Var. Indep. time Incremento dt

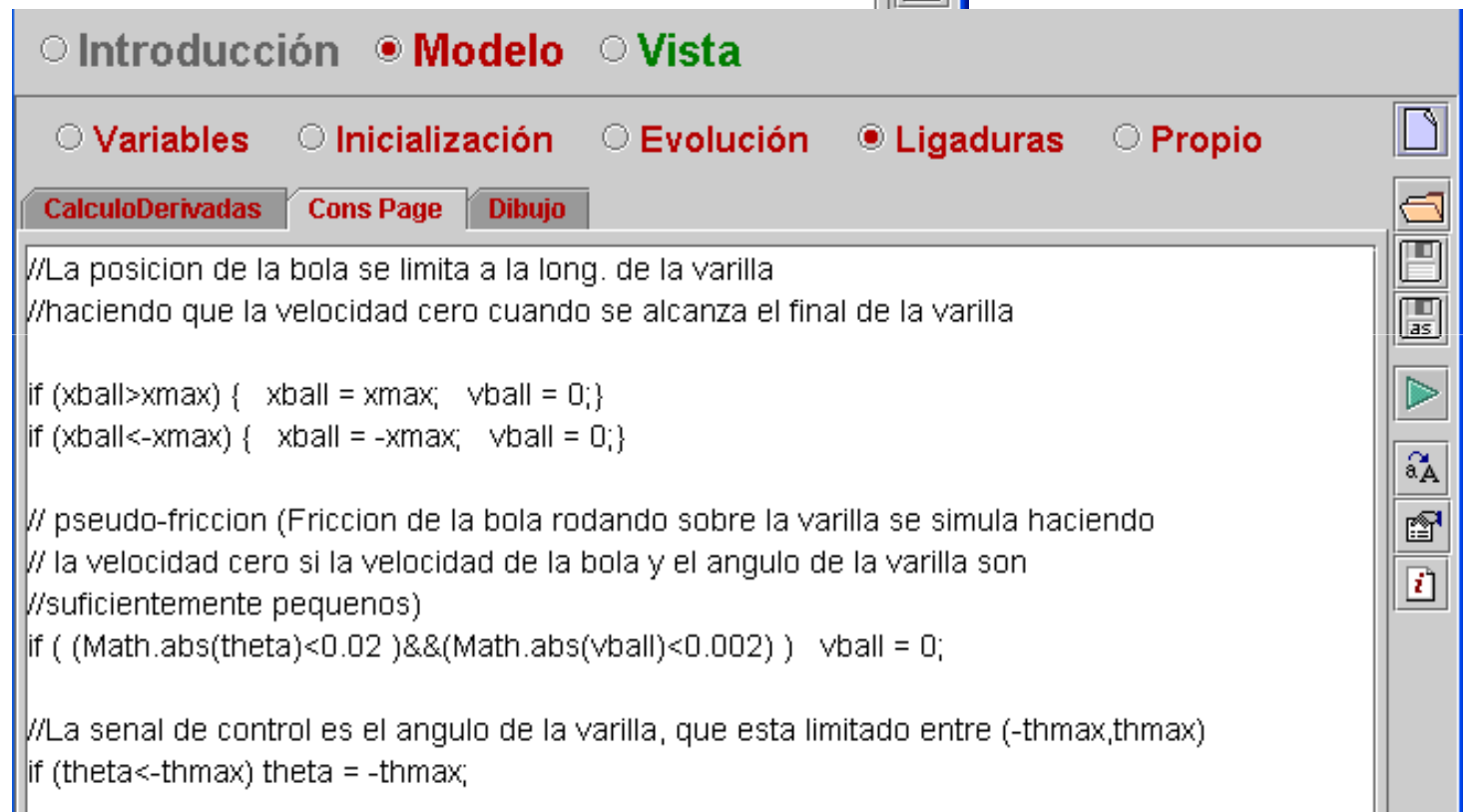
| Estado                        | Derivada |
|-------------------------------|----------|
| $\frac{d x_{ball}}{d time} =$ | derxball |
| $\frac{d y_{ball}}{d time} =$ | deryball |

## 2. Solución bola y varilla (4/11)

Tarea 3: realice la definición del modelo en Ejs  
(declaración e inicialización de las variables, páginas Evolución y Ligaduras)  
(Cont.)



Páginas de Ligaduras



## 2. Solución bola y varilla (5/11)

Tarea 4: realice la programación de la ventana DialogPlots de la Vista, partiendo del laboratorio *bolaVarilla\_tarea4.xml*

The screenshot shows the EJS development environment. The main window has three tabs: 'Introducción', 'Modelo', and 'Vista'. The 'Vista' tab is selected. On the left, the 'Árbol de elementos' (Element Tree) shows the hierarchy of the simulation view, including 'mainFrame', 'DialogPlots', 'Panel', 'Panel3', 'vball', 'xball', 'PlotTheta', 'PanelValues', and various sub-elements like 'xball', 'ReferenceV', 'vball', and 'theta'. On the right, the 'Propiedades del elemento DialogPlots' dialog box is open, displaying various properties for the 'DialogPlots' element.

| Principales        |             |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |
|--------------------|-------------|--|--|-----------------|--|--|--|
| Título             | DialogPlots |  |  | Fondo           |  |  |  |
| Distribución       | border:0,0  |  |  | Color           |  |  |  |
| Visible            | showPlot    |  |  | Fuente          |  |  |  |
| Situación y Tamaño |             |  |  |                 |  |  |  |
| Situación          | 380,0       |  |  |                 |  |  |  |
| Tamaño             | 370,301     |  |  |                 |  |  |  |
| Redimensionable    |             |  |  |                 |  |  |  |

## 2. Solución bola y varilla (6/11)

### Tarea 4 (Cont. 1)

| Propiedades del elemento Panel |              |                                                                                                                                                                         |                 |  |                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Principales                    |              |                                                                                                                                                                         | Aspecto Gráfico |  |                                                                                                                                                                         |
| Distribución                   | grid:2,1,0,0 |   | Fondo           |  |   |
| Visible                        |              |   | Color           |  |   |
| Tamaño                         |              |   | Fuente          |  |   |
| Márgenes                       |              |   | Ayuda           |  |   |

| Propiedades del elemento Panel3 |              |                                                                                                                                                                      |                 |  |                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Principales                     |              |                                                                                                                                                                      | Aspecto Gráfico |  |                                                                                                                                                                         |
| Distribución                    | grid:1,2,0,0 |   | Fondo           |  |   |
| Visible                         |              |   | Color           |  |   |
| Tamaño                          |              |   | Fuente          |  |   |
| Márgenes                        |              |   | Ayuda           |  |   |

| Propiedades del elemento PanelValues |              |                                                                                                                                                                             |                 |  |                                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Principales                          |              |                                                                                                                                                                             | Aspecto Gráfico |  |                                                                                                                                                                             |
| Distribución                         | grid:1,8,0,0 |   | Fondo           |  |   |
| Visible                              |              |   | Color           |  |   |
| Tamaño                               |              |   | Fuente          |  |   |
| Márgenes                             |              |   | Ayuda           |  |   |

| Propiedades del elemento xball |           |  |        |                    |      |               |  |                        |  |  |  |
|--------------------------------|-----------|--|--------|--------------------|------|---------------|--|------------------------|--|--|--|
| Decoración y Ejes              |           |  | Escala |                    |      | Configuración |  |                        |  |  |  |
| Título                         |           |  |        | Autoescala X       | true |               |  | Cuadrado               |  |  |  |
| Fuente Tt                      |           |  |        | Autoescala Y       | true |               |  | Espacios               |  |  |  |
| Tipo de Ejes                   |           |  |        | Mínimo X           |      |               |  | Coordenadas            |  |  |  |
| Título X                       | time (s)  |  |        | Máximo X           |      |               |  | Formato X              |  |  |  |
| Pos Eje X                      |           |  |        | Mínimo Y           |      |               |  | Formato Y              |  |  |  |
| Tipo Eje X                     |           |  |        | Máximo Y           |      |               |  | <b>Aspecto Gráfico</b> |  |  |  |
| Malla X                        |           |  |        | <b>Interacción</b> |      |               |  | Tamaño                 |  |  |  |
| Título Y                       | xball (m) |  |        | X                  |      |               |  | Interior               |  |  |  |
| Pos Eje Y                      |           |  |        | Y                  |      |               |  | Fondo                  |  |  |  |
| Tipo Eje Y                     |           |  |        | Al Pulsar          |      |               |  | Color                  |  |  |  |
| Malla Y                        |           |  |        | Al Mover           |      |               |  | Fuente                 |  |  |  |
| Delta R                        |           |  |        | Al Soltar          |      |               |  | Ayuda                  |  |  |  |
| Delta Theta                    |           |  |        |                    |      |               |  |                        |  |  |  |

## 2. Solución Bola y varilla (8/11)

### Tarea 4 (Cont. 3)

Propiedades del elemento PlotTheta

| Decoración y Ejes |             |  |  | Escala       |      |  |  | Configuración   |  |  |  |
|-------------------|-------------|--|--|--------------|------|--|--|-----------------|--|--|--|
| Título            |             |  |  | Autoescala X | true |  |  | Cuadrado        |  |  |  |
| Fuente Tt         |             |  |  | Autoescala Y | true |  |  | Espacios        |  |  |  |
| Tipo de Ejes      |             |  |  | Mínimo X     |      |  |  | Coordenadas     |  |  |  |
| Título X          | time (s)    |  |  | Máximo X     |      |  |  | Formato X       |  |  |  |
| Pos Eje X         |             |  |  | Mínimo Y     |      |  |  | Formato Y       |  |  |  |
| Tipo Eje X        |             |  |  | Máximo Y     |      |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |
| Malla X           |             |  |  | Interacción  |      |  |  | Tamaño          |  |  |  |
| Título Y          | theta (rad) |  |  | X            |      |  |  | Interior        |  |  |  |
| Pos Eje Y         |             |  |  | Y            |      |  |  | Fondo           |  |  |  |
| Tipo Eje Y        |             |  |  | Al Pulsar    |      |  |  | Color           |  |  |  |
| Malla Y           |             |  |  | Al Mover     |      |  |  | Fuente          |  |  |  |
| Delta R           |             |  |  | Al Soltar    |      |  |  | Ayuda           |  |  |  |
| Delta Theta       |             |  |  |              |      |  |  |                 |  |  |  |

Propiedades del elemento Tracev

| Entrada    |       | Configuración             |       | Aspecto Gráfico |  |
|------------|-------|---------------------------|-------|-----------------|--|
| X          | time  | Puntos                    | Nplot | Color Línea     |  |
| Y          | vball | Saltar                    |       | Grosor          |  |
| Z          |       | Activa                    |       | Estilo Marca    |  |
| Posición   |       | No Repetir                |       | Tamaño Marca    |  |
| Posición X |       | Conectar                  | true  | Color Marca     |  |
| Posición Y |       | Visibilidad e Interacción |       | Posición        |  |
| Posición Z |       | Visible                   |       | Girar           |  |
|            |       | Movible                   |       |                 |  |
|            |       | Acciones                  |       |                 |  |
|            |       | Al Pulsar                 |       |                 |  |
|            |       | Al Mover                  |       |                 |  |
|            |       | Al Soltar                 |       |                 |  |

## 2. Solución bola y varilla (9/11)

### Tarea 4 (Cont. 4)

Propiedades del elemento Tracex

| Entrada    |       | Configuración             |       | Aspecto Gráfico |  |
|------------|-------|---------------------------|-------|-----------------|--|
| X          | time  | Puntos                    | Nplot | Color Línea     |  |
| Y          | xball | Saltar                    |       | Grosor          |  |
| Z          |       | Activa                    |       | Estilo Marca    |  |
| Posición   |       | No Repetir                |       | Tamaño Marca    |  |
| Posición X |       | Conectar                  | true  | Color Marca     |  |
| Posición Y |       | Visibilidad e Interacción |       | Posición        |  |
| Posición Z |       | Visible                   |       | Girar           |  |
|            |       | Movible                   |       |                 |  |
|            |       | Acciones                  |       |                 |  |
|            |       | Al Pulsar                 |       |                 |  |
|            |       | Al Mover                  |       |                 |  |
|            |       | Al Soltar                 |       |                 |  |

Propiedades del elemento TraceRef

| Entrada    |           | Configuración             |       | Aspecto Gráfico |     |
|------------|-----------|---------------------------|-------|-----------------|-----|
| X          | time      | Puntos                    | Nplot | Color Línea     | red |
| Y          | Reference | Saltar                    |       | Grosor          |     |
| Z          |           | Activa                    |       | Estilo Marca    |     |
| Posición   |           | No Repetir                |       | Tamaño Marca    |     |
| Posición X |           | Conectar                  | true  | Color Marca     |     |
| Posición Y |           | Visibilidad e Interacción |       | Posición        |     |
| Posición Z |           | Visible                   |       | Girar           |     |
|            |           | Movible                   |       |                 |     |
|            |           | Acciones                  |       |                 |     |
|            |           | Al Pulsar                 |       |                 |     |
|            |           | Al Mover                  |       |                 |     |
|            |           | Al Soltar                 |       |                 |     |

## 2. Solución Bola y varilla (10/11)

### Tarea 4 (Cont. 5)

| Propiedades del elemento TraceTh |       |  |  |                           |       |  |  |                 |  |
|----------------------------------|-------|--|--|---------------------------|-------|--|--|-----------------|--|
| Entrada                          |       |  |  | Configuración             |       |  |  | Aspecto Gráfico |  |
| X                                | time  |  |  | Puntos                    | Nplot |  |  | Color Línea     |  |
| Y                                | theta |  |  | Saltar                    |       |  |  | Grosor          |  |
| Z                                |       |  |  | Activa                    |       |  |  | Estilo Marca    |  |
| Posición                         |       |  |  | No Repetir                |       |  |  | Tamaño Marca    |  |
| Posición X                       |       |  |  | Conectar                  | true  |  |  | Color Marca     |  |
| Posición Y                       |       |  |  | Visibilidad e Interacción |       |  |  |                 |  |
| Posición Z                       |       |  |  | Visible                   |       |  |  | Posición        |  |
|                                  |       |  |  | Movible                   |       |  |  | Girar           |  |
|                                  |       |  |  | Acciones                  |       |  |  |                 |  |
|                                  |       |  |  | Al Pulsar                 |       |  |  |                 |  |
|                                  |       |  |  | Al Mover                  |       |  |  |                 |  |
|                                  |       |  |  | Al Soltar                 |       |  |  |                 |  |

| Propiedades del elemento xball |               |  |                 |  |  |
|--------------------------------|---------------|--|-----------------|--|--|
| Principales                    |               |  | Aspecto Gráfico |  |  |
| Variable                       | xball         |  | Tamaño          |  |  |
| Valor                          |               |  | Fondo           |  |  |
| Formato                        | xball = 0.### |  | Color           |  |  |
| Editable                       | false         |  | Fuente          |  |  |
| Acción                         |               |  | Ayuda           |  |  |

## 2. Solución bola y varilla (11/11)

### Tarea 4 (Cont. 6)

| Propiedades del elemento ReferenceV |             |  |  |  |                 |  |  |  |  |
|-------------------------------------|-------------|--|--|--|-----------------|--|--|--|--|
| Principales                         |             |  |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |  |
| Variable                            | Reference   |  |  |  | Tamaño          |  |  |  |  |
| Valor                               |             |  |  |  | Fondo           |  |  |  |  |
| Formato                             | Ref = 0.### |  |  |  | Color           |  |  |  |  |
| Editable                            | false       |  |  |  | Fuente          |  |  |  |  |
| Acción                              |             |  |  |  | Ayuda           |  |  |  |  |

| Propiedades del elemento vball |              |  |  |  |                 |  |  |  |  |
|--------------------------------|--------------|--|--|--|-----------------|--|--|--|--|
| Principales                    |              |  |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |  |
| Variable                       | vball        |  |  |  | Tamaño          |  |  |  |  |
| Valor                          |              |  |  |  | Fondo           |  |  |  |  |
| Formato                        | vball = 0.## |  |  |  | Color           |  |  |  |  |
| Editable                       | false        |  |  |  | Fuente          |  |  |  |  |
| Acción                         |              |  |  |  | Ayuda           |  |  |  |  |

| Propiedades del elemento theta |              |  |  |  |                 |  |  |  |  |
|--------------------------------|--------------|--|--|--|-----------------|--|--|--|--|
| Principales                    |              |  |  |  | Aspecto Gráfico |  |  |  |  |
| Variable                       | theta        |  |  |  | Tamaño          |  |  |  |  |
| Valor                          |              |  |  |  | Fondo           |  |  |  |  |
| Formato                        | theta = 0.## |  |  |  | Color           |  |  |  |  |
| Editable                       | false        |  |  |  | Fuente          |  |  |  |  |
| Acción                         |              |  |  |  | Ayuda           |  |  |  |  |

---

# Referencias

# Referencias

---

Elmqvist, H., F.E. Cellier y M. Otter: “*Object-Oriented Modeling of Hybrid Systems*”, European Simulation Symposium, The Netherlands, octubre 25-28, 1993.

Esquembre, F.: “*Creación de Simulaciones Interactivas en Java. Aplicación a la Enseñanza de la Física*”. Editorial Pearson Prentice Hall. ISBN: 84-205-4009-9. Fechas de publicación: 2005.

Esquembre, F.: “Easy Java Simulations. The Manual for Version 3.1”. Agosto 2002. Disponible en: <http://fem.um.es/Ejs>

Urquía, A y C. Martín: “*Aplicación de la Simulación por Ordenador a la Enseñanza de las Ciencias*”, Texto entregado gratuitamente a los alumnos del curso del “Aplicación de la Simulación por Ordenador a la Enseñanza de las Ciencias”, perteneciente al Programa de Formación del Profesorado de la UNED.